СТАЦИОНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЕТИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С РАЗЛИЧНЫМИ ТИПАМИ СИГНАЛОВ И ЗАЯВОК И ОГРАНИЧЕНИЕМ НА ВРЕМЯ ПРЕБЫВАНИЯ

О.В. Якубович

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, математический факультет,

Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь

yakubovich@gsu.by

Рассмотрим открытую сеть, состоящую из N узлов. В сеть поступает два простейших потока: положительных заявок интенсивности λ^+ и сигналов интенсивности λ^s. Каждая положительная заявка входного потока независимо от других заявок направляется в i-й узел как заявка k-го типа с вероятностью ${p^+}_{0(i,k)}$ $(i = \overline{1,N}, k = \overline{1,M},\ \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M {p^+}_{0(i,k)} = 1)$. Каждый сигнал входного потока независимо от других направляется в i-й узел как сигнал k-го типа с вероятностью $p^s_{0(i,k)}$ $(i = \overline{1,N},\ k = \overline{1,M},\ \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M p^s_{0(i,k)} = 1)$. Сигнал типа k, поступивший в i-й узел, уменьшает длину очереди на одну положительную заявку типа k с вероятностью $p_i(k,-)$, если в узле есть такие заявки, не производит никаких воздействий на узел, если таковых нет, увеличивает длину очереди на одну положительную заявку типа k с вероятностью $p_i(k,+)$ $(p_i(k,-)+p_i(k,+)=1$ для всех $k=\overline{1,\ M},\ i=\overline{1,\ N})$. В каждом узле находится M экспоненциальных приборов, k-й прибор обслуживает положительные заявки k-го типа. Времена обслуживания заявок независимы, не зависят от процесса поступления и для положительных заявок k-го типа в i-м узле имеют показательное распределение с параметрами $\mu_{(i,k)}$ ($i=\overline{1,\ N},\ k=\overline{1,\ M}$). Порядок обслуживания произвольный. Каждая положительная заявка k-го типа в i-м узле имеет время пребывания, ограниченное экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром $\nu_{(i,k)}(n_{i,k})=\nu_{i,k}/n_{i,k}$, если $n_{i,k}\neq 0$, $\nu_{(i,k)}(n_{i,k})=0$, если $n_{i,k}=0$, где $n_{i,k}$ — число заявок k-го типа в i-м узле, $\nu_{i,k}$ — некоторая постоянная ($i=\overline{1,N},\ k=\overline{1,\ M}$). Каждая положительная заявка l-го типа после обслуживания в i-м узле или после окончания времени пребывания, независимо от других заявок мгновенно направляется в очередь j-го узла как положительная заявка m-го типа с вероятностью $p^+{}_{(i,l)(j,m)}$, или как сигнал m-го типа с вероятностью $p^s_{(i,l)(j,m)}$, а с вероятностью $p_{(i,l)0}$ покидает сеть $(\sum_{j=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}(p^+{}_{(i,l)(j,m)}+p^s_{(i,l)(j,m)})+p_{(i,l)0}=1;\ i=\overline{1,N};\ l=\overline{1,M})$. Будем предполагать, что матрица маршрутизации P неприводима. Состояние рассматриваемой сети в момент времени t будем характеризовать вектором $x(t)=(x_1(t),x_2(t),\ldots$ $\ldots,x_N(t))$, где $x_i(t)=(x_{i,1}(t),\ x_{i,2}(t),\ \ldots,\ x_{i,M}(t))$ описывает состояние i-го узла, $x_{i,k}(t)$ — число заявок k-го типа в i-м узле в момент времени t ($i=\overline{1,N},\ k=\overline{1,\ M}$). Тогда $x(t)$ — однородный марковский процесс с непрерывным временем и не более, чем счетным фазовым пространством $X=\{x=(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_N),\ x_i=(x_{i,1},\ x_{i,2},\ \ldots,\ x_{i,M}),\ x_{i,k}=0,1,2,\ldots;$ $i=\overline{1,N},\ k=\overline{1,\ M}\}$.

Для марковского процесса $x(t)$ установлены условия эргодичности и определено финальное распределение в мультипликативной форме. Если положить $p_i(k,+)=0$ (для всех $i=\overline{1,N};\ k=\overline{1,M}$) сигналы превращаются в отрицательные заявки. Если к тому же не вводить ограничение на время ожидания, т.е. положить параметр $\nu_{i,s}$ равным нулю, то получится результат, рассматриваемый в [1].

Литература

1. *Gelenbe E., Schassberger R.* Stability of product-form G-networks // Probab. Eng. and Inf. Sci. 1992. V. 6. P. 271–276.