

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С УСТОЙЧИВЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

А.Л. Черноокий

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина,
Бульвар Космонавтов 21. 224013 Брест, Беларусь
paunch@brsu.brest.by

Рассмотрена проблема численного моделирования траекторий стохастического дифференциального уравнения с устойчивыми возмущениями. Приведен явно-неявный метод моделирования такого уравнения.

В работе [1] приведен алгоритм генерирования стандартной устойчивой случайной величины, $\xi \sim S_\alpha(\beta, 1, 0)$. В докладе используя его моделируются α -устойчивые процессы Леви, $L_{\alpha,\beta}(t)$, $0 < \alpha \leq 2$.

Рассмотрим задачу Коши для стохастического дифференциального уравнения на отрезке $[0, T]$ с устойчивыми возмущениями:

$$X(t) = X_0 + \int_0^t b(s, X(s))ds + \int_0^t \sigma(s, X(s))dL_{\alpha,\beta}(s), \quad (1)$$

где $b(s, X(s)), \sigma(s, X(s))$ — непрерывно-дифференцируемые функции своих аргументов, $L_{\alpha,\beta}(x)$ — процесс Леви.

На отрезке $[0; T]$ выберем разностную сетку $\{t_i\}$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$ так, чтобы выполнялось соотношение $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Пусть $h_i = t_{i+1} - t_i$. Произведем дискретизацию уравнения (1) в узлах сетки:

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \int_t^{t+1} b(s, X(s))ds + \int_t^{t+1} \sigma(s, X(s))dL_{\alpha,\beta}(s), \quad i = \overline{1, N}. \quad (2)$$

Вычисляя приближенно первый интеграл равенства (2) по формуле правых прямоугольников, а второй по определению интеграла Ито, получим явно-неявный метод Эйлера — Маруями [2]:

$$X_{i+1} = X_i + b(t_{i+1}, X_{i+1})h_i + \sigma(t_{i+1}, X_{i+1})(L_{\alpha,\beta}(t_{i+1}) - L_{\alpha,\beta}(t_i)), \quad (3)$$

где $(L_{\alpha,\beta}(t_{i+1}) - L_{\alpha,\beta}(t_i)) \sim S_{\alpha}(\beta, (t_{i+1} - t_i)^{\alpha}, 0)$ — приращение процесса Леви на отрезке $[t_i - t_{i+1}]$, $i = 1, 2, \dots, N$.

Теорема 1. Если функции $b(t, X)$, $\sigma(t, X)$, $\sigma'(t, X)$ удовлетворяют условию Липшица, то метод (3) является численно устойчивым.

Литература

1. Janicki A., Izydorczyk A. Komputerowe metody w modelowaniu stochastycznym. Warszawa. Wydawnictwa Naukowe-Tehniczne. 2001.
2. Kloeden P. E., Platen E. Numerical solution of stochastic differential equations. Springer, 2003.