РЕЗОНАНСЫ ЧАСТОТ ЛИНЕЙНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ЧЕТЫРНАДЦАТИ ТЕЛ С НЕПОЛНОЙ СИММЕТРИЕЙ

А.В. Чичурин

Брестский госуниверситет, математический факультет
Космонавтов 21, 224016 Брест, Беларусь
chio@tut.by

Рассмотрим ограниченную кольцеобразную задачу с неполной симметрией [1] для 14 тел P_0, P_i $(i = \overline{1,13})$ с массами m_0, $m_1 = m_2 = \ldots = m_6$, $m_7 = m_8 = \ldots = m_{12}$, μ соответственно. Тела взаимно притягиваются друг другом в соответствии с законом всемирного тяготения и двигаются в одной плоскости. При движении тела P_i $(i = \overline{1,12})$ образуют два правильных шестиугольника, равномерно вращающихся вокруг тела P_0 с угловой скоростью ω. Без ограничения общности, длину стороны первого шестиугольника возьмем равной 1, а второго – α. Угловая скорость вращения точно определяется из условия теоремы Банка-Эльмабсута [2], а также из динамических и гравитационных параметров модели. Параметр μ является бесконечно малой величиной. Существование таких моделей доказано в работах [3, 4]. Математическая модель, описывающая ограниченную задачу 14 тел с неполной симметрией, и процедура отыскания положений равновесия приведены в [5]. Все найденные положения равновесия можно разбить на два класса: *радиальные* [1] и *нерадиальные* (все остальные).

Для определения частотных резонансов в ограниченных задачах многих тел с неполной симметрией необходимо найти нули функции $f_{k_1,k_2}(m_1,\alpha) = k_1\sigma_1(m_1,\alpha) + k_2\sigma_2(m_1,\alpha)$ в зависимости от параметров m_1 и α в следующих вариантах пар целых чисел (k_1, k_2) [1, 6]: $(1,-1)$, $(1,-2)$, $(1,-3)$, $(2,-1)$, $(2,-2)$, $(3,-1)$. Опираясь на результаты исследования линейной устойчивости для нерадиальных положений равновесия, построены апроксимационные интерполяционные функции. Затем, используя итерационный метод Ньютона, найдены нули построенных функций и определены собственные значения симплектической матрицы четвертого порядка, удовлетворяющие резонансным соотношениям. После чего найдены значения параметров m_1 и α, допускающие существование резонансов.

Замечание. Не представляется практически возможным вычислить абсолютно точно границ интервалов линейной устойчивости и значений масс при нахождении резонансов, так как компьютер не позволяет вычислять значений чисел с бесконечным числом знаков. С учетом этого сформулируем основной результат.

Теорема (для нерадиальных положений равновесия). *Для масс* $m_1 \leqslant 0.0003$ *существует два резонанса* $\sigma_1 = 2\sigma_2$ *и* $\sigma_1 = 3\sigma_2$. *Для масс* $0.0003 < m_1 < 0.0006$ *существует один резонанс* $\sigma_1 = 2\sigma_2$. *Для масс* $m_1 \geqslant 0.0006$ *резонансов не существует.*

Литература

1. *Ихсанов Е. В.* Компьютерные методы нормализации гамильтонианов ограниченных задач небесной механики. М.: Изд-во РУДН, 2004.

2. *Bank D., Elmabsout A.* Configurations polygonales en equilibre relative // C.R. Acad. Sci. Paris. Serie II b. 2001. Vol. 329. P. 243–248.

3. *Гребенников Е.А., Козак Д., Якубяк М.* Методы компьютерной алгебры в проблеме многих тел. М.: Изд-во РУДН, 2002.

4. *Гребеников Е. А.* Существование точных симметрийных решений в плоской ньютоновой проблеме многих тел // Матем. Моделирование. 1998. Т. 10. № 8. С. 70–84.

5. *Гадомский, Л., Ковальчук И.Р., Чичурин А.В.* Построение математических моделей для задач космической динамики в системе компьютерной алгебры *Mathematica*. М.: МАКС Пресс, 2007.

6. *Козак-Сковородкина Д.* Применение компьютерной системы *Mathematica* в качественных исследованиях ньютоновой проблемы многих тел. М.: Изд-во РУДН, 2005.