

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ЭКРАНИРОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН УПРУГИМ ЭКРАНОМ

В.Т. Ерофеенко, И.С. Козловская

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,

пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

erofeenko, kozlovskaya @bsu.by

В пространстве \mathbb{R}^3 размещён плоский слой $D(0 < z < l)$ упругого материала. Полупространства $D_1(z < 0)$ и $D_2(z > l)$ заполнены средами, в которых распространяются звуковые волны, колеблющиеся с круговой частотой звука ω . Под воздействием звукового

поля слой D совершают упругие колебания, а его деформация определяется полем перемещений $u(x, y, z)$, которое удовлетворяет уравнениям Ляме

$$\mu \Delta \vec{u} + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} + \omega^2 \rho \vec{u} = 0 \text{ в } D, \quad (1)$$

где μ, λ — коэффициенты Ляме, ρ — плотность материала слоя D .

Полупространства D_j заполнены средами, характеризуемыми плотностями среды ρ_j и скоростями звука в среде a_j . В области D_1 расположен источник акустического поля, которое определяется комплексной амплитудой давления $v_0(x, y, z)$ в точке $(x, y, z) \in D_1$ [1, с. 119]. v'_1 — отраженное акустическое поле в D_1 ; v_2 — акустическое поле, прошедшее в область D_2 , $v_1 = v_0 + v'_1$ — суммарное поле в D_1 .

На граничных плоскостях $\Gamma_1(Z = 0)$, $\Gamma_2(Z = l)$ слоя D выполнены граничные условия взаимодействия звуковых волн с упругим слоем D [2]:

$$(\vec{u}, \vec{n}) \Big|_{\Gamma_j} = p_j \frac{\partial v_j}{\partial \vec{n}} \Big|_{\Gamma_j}, \quad (\vec{u}) \Big|_{\Gamma_j} = -v_j \vec{n} \Big|_{\Gamma_j}. \quad (2)$$

Учитывая уравнения (1), (2), сформулируем задачу проникновения акустической волны через плоский упругий слой D .

Краевая задача. Требуется определить звуковые поля $v'_1 \in C^2(D_1)$, $v_2 \in C^2(D_2)$, которые удовлетворяют уравнениям Гельмгольца

$$\Delta u'_1 + k_1^2 u'_1 = 0 \text{ в } D_1, \quad \Delta u_2 + k_2^2 u_2 = 0 \text{ в } D_2, \quad (3)$$

граничным условиям

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial \vec{n}} \Big|_{\Gamma_1} &= a_{11} v_1 \Big|_{\Gamma_1} + a_{12} v_2 \Big|_{\Gamma_2}, \\ \frac{\partial v_2}{\partial \vec{n}} \Big|_{\Gamma_1} &= a_{21} v_1 \Big|_{\Gamma_1} + a_{22} v_2 \Big|_{\Gamma_2} \end{aligned} \quad (4)$$

и условиям излучения на бесконечности.

В работе построены модели граничных условий (4) и решены задачи (3), (4) для конкретных источников звукового поля.

Литература

- Ерофеенко В. Т., Козловская И. С. Основы математического моделирования. Минск: БГУ, 2002.
- Амензаде Ю. А. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1976.