

ПОСТАНОВКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Ю.П. Вирченко, М.А. Сапрыкин

Белгородский государственный университет,
Студенческая 14, 308007 Белгород, Россия
virch@bsu.edu.ru, saprykin maks@mail.ru

Задачи о вычислении распределения температуры в полупрозрачных средах при заданных граничных условиях являются намного более сложными по своей математической постановке, в сравнении со стандартными задачами тепломассонопереноса. Это связано с тем, что определение распределения температуры, в этом случае, должно сопровождаться определением распределения электромагнитного поля в среде, посредством которого происходит перенос тепловой энергии.

При решении такой задачи, получаемое замкнутое эволюционное уравнение для распределения температуры, после исключения переменных, описывающих электромагнитное поле, становится интегро-дифференциальным и существенно нелинейным из-за нелинейной зависимости от температуры T распределенного по области Ω , в которой решается задача радиационно-кондуктивного теплообмена, источника излучаемого потока энергии единицей объёма вещества. Кроме того, при исключении полевых переменных, приходится учитывать граничные условия для электромагнитного поля на границе области Ω . Тем самым, вид самого эволюционного уравнения для распределения температуры зависит от формы области, в которой ищется решение начально-краевой задачи. Последнее является необычным при постановке задач математической физики. Сама процедура исключения электромагнитного поля, в общем случае, также приводит к сложной математической проблеме. Она производится на основе коротковолновой асимптотики квазистационарных решений полевых уравнений Максвелла — так называемое приближение геометрической оптики [1]. Но даже в этом приближении, процедура исключения поля должна производиться посредством решения динамического уравнения для световых лучей и, поэтому, в общем случае, она не может быть осуществлена явным образом.

Для решения задачи исключения поля, в докладе предлагается использовать разложение по степеням коэффициента зеркального отражения световых лучей от границы. Разрабатывается метод вычисления функционала $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t; T)$ плотности потока энергии, на основе которого формулируется эволюционное уравнение для распределения температуры $T(\mathbf{r}, t)$,

$$\dot{T}(\mathbf{r}, t) = (\nabla, \kappa(T)\nabla T)(\mathbf{r}, t) - (\nabla, \mathbf{P})(\mathbf{r}, t; T).$$

В рамках формализма разложений в степенные ряды по степеням коэффициента отражения θ , в случае областей Ω с кусочно-плоской границей, при произвольной величине $\theta < 1$, дается доказательство теоремы о том, что функционал потока энергии $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t; T)$ излучения, зависящий от текущего распределения температуры $T(\mathbf{r}, t)$, представляет собой потенциальное векторное поле.

Литература

1. Спэрроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1972. 295 с.