ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА С ЯДРОМ КОШИ СО СПЕЦИАЛЬНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ В КЛАССЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ФУНКЦИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ МНОГОЧЛЕНОВ ЧЕБЫШЕВА

Г.А. Расолько

Белгосуниверситет, механико-математический факультет,
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
rasolka@bsu.by

Аппарат сингулярных интегральных уравнений (СИУ) применяется приисследовании большого класса граничных задач теории упругости, некоторых важных задач аэродинамики и в других вопросах естествознания [1, 2]. Характерной особенностью численного решения интегральных уравнений является их дискретизация, т.е. получение тем или иным способом системы линейных алгебраических уравнений. Однако необходимость численного решения систем алгебраических уравнений заставляет рационально подходить к выбору вычислительных алгоритмов и остро ставит вопрос об их эффективности.

Предлагается алгоритм численного решения сингулярного интегрального уравнения первого рода с ядром Коши со специальной правой частью вида

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\varphi(t)}{t-x}dt+\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}k(x,t)\varphi(t)dt=\ln\frac{1-x}{1+x}f(x)+g(x),\quad -1<x<1, \tag{1}$$

где $f(x)$, $g(x)$, $k(x,t)$ — заданные на $[-1,\ 1]$ функции,непрерывные по Гельдеру, $\varphi(x)$— искомая функция, основанный на разложении сингулярного интеграла со степенно-логарифмической особенностью по многочленам Чебышева второго рода $U_n(x)$, а именно:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}Z(t)\ln\frac{1-t}{1+t}U_k(t)\frac{dt}{t-x}=\sum_{j=0}^{k}\alpha_j^{(k)}U_j(x)-\pi Z(x)U_k(x),\quad k=0,\ 1,\ \ldots,\quad |x|<1, \tag{2}$$

где $Z(x)$ имеет вид: $Z(x)=(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}$, $|\alpha|=|\beta|=0,5$, а $\alpha_j^{(k)}$ — известные числа.

Дано обоснование вычислительной схемы с указанием порядковой оценкипогрешности приближенного решения. Проведен численный эксперимент на модельных примерах.

Отметим, что в [3, 4] получены вычислительные схемы численного решения СИУ вида

$$a(x)\varphi(x)+\frac{1}{\pi i}\int_{-1}^{1}\frac{m(x,t)}{t-x}\varphi(t)dt=f(x),\quad -1<x<1, \tag{3}$$

где $a(x)$, $m(x,t)$, $f(x)$ — заданные на $[-1,1]$ функции, непрерывные по Гельдеру, $\varphi(x)$ — искомая функция, основанные также на разложении характеристического оператора по многочленам Чебышева первого и второго рода, но с регулярной частью, не имеющей специального вида. При получении формулы (2) существенно использовался метод, описанный в [4] для СИУ (3).

Литература

1. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., 1966.
2. *Лифанов И.К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М., 1995.
3. *Расолько Г.А.* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2003. № 2. С. 52–58.
4. *Расолько Г.А.* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2007. № 1. С. 26–34.