О РЕШЕНИИ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

И.Н. Мелешко, П.Г. Ласый

БНТУ, Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь
pglasy@yandex.ru

Пусть областью, внутри которой происходит установившийся тепловой процесс, является единичный круг с центром в начале координат. Рассматривается следующая краевая задача теории теплопроводности в этой области при нелинейном граничном условии:

$$\Delta T = 0, \quad |r| < 1, \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=1} = a(\varphi, T)(T|_{r=1} - b(\varphi)T_c), \quad -\pi \leqslant \varphi < \pi, \tag{2}$$

где $T = T(r, \varphi)$ — неизвестная температура в точках круга, $a(\varphi, T)$, $b(\varphi)$ — заданные функции своих аргументов, T_c — температура среды.

При естественном условии равенства нулю интеграла от контурных значений нормальной производной краевая задача (1), (2) приводится к нелинейному интегральному уравнению для граничных значений искомой функции. При соответствующих обозначениях это уравнение записывается в виде

$$u(\varphi) - \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} q(\tau, u)u(\tau)\ln|t - \tau|d\tau = f(\varphi), \tag{3}$$

где $u(\varphi)$ — неизвестная функция, а $q(\varphi, u)$, $f(\varphi)$ — известные функции своих аргументов.

Для решения интегрального уравнения (3) применяется специальный итерационно-квадратурный метод. Приближенное решение краевой задачи (1), (2) конструируется на основе его точного представления интегралом Дини.