

О СВОЙСТВАХ КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ И КВАЗИГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

А.А. Злотник

Российский социальный государственный университет,

В. Пика 4, 129266 Москва, Россия

azlotnik2007@mail.ru

Квазигазодинамическая (КГД) система уравнений и связанные с ней кинетические разностные схемы продемонстрировали свои возможности при математическом моделировании сложных гидро- и газодинамических процессов таких, как неустановившиеся турбулентные течения, задачи аэроупругости и аэроакустики, процессы горения и др.

В настоящей работе строго математически исследуется ряд свойств КГД системы и одной ее модификации. Установлены критерии (необходимые и достаточные условия) параболичности (равномерной и неравномерной) по Петровскому КГД системы для совершенного политропного газа. Они представляют собой неравенства на показатель адиабаты $\gamma > 1$ и число Маха. В качестве следствия впервые дана локальная по времени теорема существования и единственности классического решения задачи Коши для КГД системы.

Представлена новая модифицированная ГКГД система, содержащая вторые производные не только по пространственным, но и по временной переменной. Установлены критерии ее гиперболичности (нестрогой и строгой), самым тесным образом связанные с критериями параболичности исходной КГД системы.

Изучена задача устойчивости малых возмущений по постоянному фону для КГД и ГКГД систем. Впервые выведены равномерные на всем бесконечном интервале времени оценки норм относительных возмущений через соответствующие нормы относительных начальных возмущений. Это сделано не только для задачи Коши во всем пространстве, но и для начально-краевой задачи в произвольной ограниченной области для соответствующих линеаризованных систем с любыми (а не только гармоническими) начальными данными. Техника доказательств опирается на возможность симметризации систем; существенную роль играет интегральное преобразование Фурье и энергетический метод. Кроме того, анализ линеаризованной ГКГД системы использует обнаруженную простую связь между квадратом матрицы коэффициентов газодинамических слагаемых и матрицей коэффициентов вязких слагаемых. Оценки норм именно относительных возмущений делают результаты естественными и прозрачными с физической точки зрения.

Аналогичный анализ как типа, так и устойчивости малых возмущений впервые выполнен для КГД и ГКГД систем в баротропном случае, который также представляет определенный теоретический и практический интерес; это сделано для общего уравнения состояния $p = p(\rho)$. Здесь условия параболичности/гиперболичности и условия устойчивости малых возмущений посят характер неравенств на первый адиабатический показатель $\Gamma(\rho)$ уравнения состояния и на число Маха.

Соответствующие результаты выведены и для родственной квазигидродинамической системы уравнений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты 06-01-00187, 08-01-90009-Бел.

Литература

1. Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: МАКС Пресс, 2004.
2. Злотник А.А., Четверушкин Б.Н. О параболичности квазигазодинамической системы уравнений, ее гиперболической 2-го порядка модификации и устойчивости малых возмущений для них // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008. Т. 48. № 3. С. 445–472.
3. Злотник А.А. О параболичности квазигидродинамической системы уравнений и устойчивости малых возмущений для нее // Матем. заметки. 2008. Т. 83. № 5. С. 667–682.