

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ШРЕДИНГЕРА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

В.М. Волков, А.С. Циунчик

Белорусский государственный университет
пр. Независимости 4, 220030, Минск, Беларусь
v.volkov@tut.by

Рассмотрен метод решения нелинейных задач для уравнения Шредингера на основе схемы расщепления по физическим процессам с использованием рекурсивных цифровых фильтров на этапе решения линейной части задачи [1]. Один из недостатков данного метода

связан с тем, что использование цифровых фильтров приводит к постоянной групповой задержке выходного сигнала, в качестве которого выступает искомое решение дискретной задачи. Вносимое цифровым фильтром дополнительное групповое запаздывание приближенного решения эквивалентно добавлению конвективного члена порядка $O(1)$ в исходное уравнение. Данное обстоятельство приводит к отсутствию у дискретной модели аппроксимации исходной дифференциальной задачи даже в суммарном смысле. По этой причине оценки эффективности данного метода в терминах фактической точности приближенного решения до настоящего времени не проводились.

Для устранения эффекта постоянной групповой задержки предложен новый алгоритм на основе пары сопряженных дискретных фильтров первого порядка с чисто мнимыми полюсами. Получены точные выражения для группового запаздывания предложенного рекурсивного фильтра и оценки фазовой погрешности метода. Показано, что предложенный алгоритм является консервативным, имеет второй порядок аппроксимации в частотной области, не вносит дополнительной групповой задержки приближенного решения и обладает лучшей качественной согласованностью фазово-частотных характеристик с дифференциальной задачей по сравнению с известным аналогом [1]. Проанализированы возможности обобщения развитой методики на случай аппроксимации дифференциальных операторов третьего и более высокого порядка.

Представлены результаты численных экспериментов, в которых на примере решения модельной задачи проведено сравнение фактической точности предложенного метода с точностью консервативных разностных схем и метода Фурье в схеме дробных шагов. Показано, что предложенная методика представляется более эффективной по сравнению с методом конечных разностей за счет существенного снижения фазовой ошибки и вычислительной сложности алгоритма. Метод Фурье демонстрирует более высокую точности, однако уступает в вычислительной сложности из-за необходимости выполнения преобразования Фурье на каждом шаге по эволюционной переменной.

Литература

1. A. Carena, V. Curri, R. Gaudino, P. Poggiolini and S. Benedetto. A time-domain optical transmission system simulation package accounting for nonlinear and polarization-related effects in fiber // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 1997, Vol. 15, pp. 751-765.