О РЕШЕНИИ МАКСИМИННОЙ ЗАДАЧИ СО СВЯЗАННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

С.Г. Чарный

БГУИР, кафедра информатики,

220013, Республика Беларусь, г. Минск, ул. П.Бровки, 6

sergeycharny81@yandex.ru

Рассмотрим максиминную задачу

$$\max_{x\in R^n}\min_{y\in F(x)} f(x,y), \tag{1}$$

где

$$f(x,y)=\langle c(x),y\rangle,\quad F(x)=\{y\in R^m \mid h_i(x,y)\leqslant 0,\ i=1,\dots,p\},$$
$$h_i(x,y)=\langle a_i(x),y\rangle+b_i(x),\quad i=1,\dots,p.$$

Исходную задачу (1) можно заменить на задачу максимизации негладкой функции

$$\Phi(x)=\min_y\{f(x,y),\ y\in F(x)\}.$$

Известно [1], что при выполнении некоторых условий регулярности, в данной задаче существует производная функции $\Phi(x)$ в точке x по направлению v, которая имеет вид:

$$\Phi'(x;v)=\min_{y\in\omega(x)}\max_{\lambda\in\Lambda(x,y)}\langle\nabla_x L(x,y,\lambda);v\rangle,$$

где

$$\omega(x)=\{y\in F(x)\mid f(x,y)=\Phi(x)\},\quad L(x,y,\lambda)=f(x,y)+\sum_{i=1}^{p}\lambda_i h_i(x,y),$$
$$\Lambda(x,y)=\{\lambda\in R^p\mid \nabla_y L(x,y,\lambda)=0,\ \lambda_i\geqslant 0;\ \lambda_i h_i(x,y)=0,\ i=1,\dots,p\}.$$

Известно [1], что для данной задачи $\Lambda(x_0,y_0)=\Lambda(x_0)$ при всех $y_0\in\omega(x_0)$.

Доказано следующее

Предложение 1. 1) *Для того, чтобы функция $\Phi(x)$ имела в точке x_0 максимум необходимо, чтобы существовала точка $y_0\in\omega(x_0)$ такая, что $\nabla_x L(x_0,y_0,\lambda)=0$ для всех $\lambda\in\Lambda(x_0)$.*

2) *Направление $\overline{x}$ наибольшего роста функции $\Phi(x)$ в точке x_0 совпадает с*

$$\overline{x}=\frac{\nabla_x L(x_0,y_0,\lambda)}{|\nabla_x L(x_0,y_0,\lambda)|},$$

где λ — решение задачи

$$|\nabla_x L(x_0,y_0,\lambda)|\to\max_{\lambda\in\Lambda(x_0)},$$

которая сводится к задаче максимизации квадратичной функции.

На основании доказанного выше утверждения построен алгоритм численного решения рассматриваемой максиминной задачи.

Литература

1. *Минченко Л.И., Борисенко О.Ф., Гришай С.П.* Многозначный анализ и возмущенные задачи нелинейного программирования. Мн.: Наука и техника, 1993.