

ОБ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ РАЗНОТЕМПОВЫХ СИСТЕМ

Т.Б. Копейкина

Белорусский государственный технологический университет, Свердлова 13а, 220030 Минск, Беларусь
kopeikina@bstu.unibel.by

Вопросы управляемости динамических систем по-прежнему занимают ключевое место в современной теории управления. Эффективность введения *определенного уравнения* при исследовании проблемы относительной управляемости системы линейных дифференциальных уравнений с запаздыванием была показана Ф.М. Кирилловой и С.В. Чураковой в [1]. В работе автора [2] предложен *унифицированный метод* исследования управляемости линейных сингулярно возмущенных систем (СВС), позволяющий выразить условия управляемости СВС через решения матричных алгебраических *определенных уравнений*. В настоящей работе этот метод применяется к исследованию проблемы управляемости линейных *разнотемповых СВС* [3] (РСВС)

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + A_{13}x_3(t) + B_1u(t), \\ \mu\dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + A_{23}x_3(t) + B_2u(t), \\ \mu^2\dot{x}_3(t) = A_{31}x_1(t) + A_{32}x_2(t) + A_{33}x_3(t) + B_3u(t), \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями $x_i(0, \mu) = x_{i0}$, $i = \overline{1, 3}$. Здесь $x_1(t) \in \mathbb{R}^{n_1}$ — медленная, $x_j(t) \in \mathbb{R}^{n_j}$, $j = 2, 3$ — быстрые переменные, $u \in \mathbb{R}^r$, $r \leq n_1 + n_2 + n_3$, $u(\cdot)$ — вектор-функция управляющих воздействий из класса U кусочно-непрерывных функций при $t \in [0, T]$, $A_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_j}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n_i \times r}$, $i, j = 1, 2, 3$, μ — малый положительный параметр, $0 < \mu \ll 1$. Рассматриваемая РСВС (1) является системой с существенно различными скоростями $\dot{x}_i(t)$, $i = 1, 2, 3$.

Определение 1. Разнотемповая система (1) называется полностью управляемой для заданного $\mu > 0$ на $[0, T]$, если для любых заданных $x_{i0}, x_{i1} \in \mathbb{R}^{n_i}$, $i = \overline{1, 3}$, существует допустимое управление $u(\cdot) \in U$ такое, что соответствующее им решение РСВС (1) удовлетворяет условиям $x_i(0, \mu) = x_{i0}$, $x_i(T, \mu) = x_{i1}$.

Для решения проблемы полной управляемости для РСВС (1) вводится система

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{1,k+1}^i = \sum_{i=1}^3 A_{1i} X_{1,k}^i + B_1 U_k^i(t), \\ X_{2,k+1}^{i+1} = \sum_{i=1}^3 A_{2i} X_{1,k}^i + B_2 U_k^i(t), \\ X_{3,k+1}^{i+2} = \sum_{i=1}^3 A_{3i} X_{1,k}^i + B_3 U_k^i(t), \end{array} \right. \quad (2)$$

матричных алгебраических уравнений с двумя индексами рекуррентности i, k , которая решается с заданными начальными условиями. Уравнения (2) называются *определяющими уравнениями* РСВС (1). Получены эффективные необходимые и достаточные условия полной, H_x -относительной управляемости ($i = \overline{1, 3}$) РСВС (1), выраженные через решения $X_{j,k}^i$, $j = \overline{1, 3}$, $i = \overline{1, k}$, $k = \overline{1, n_1 + n_2 + n_3}$, определяющих уравнений (2).

Литература

1. Кириллова Ф.М., Чуракова С.В. Относительная управляемость линейных динамических систем с запаздыванием // Докл. АН СССР. 1967. Т. 174. С. 1260–1263.
2. Kopeikina T.B. Some approaches to the controllability investigation of singularly perturbed dynamic systems // Systems Science. 1995. Vol. 21. № 1. С. 17–36.
3. Курина Г.А. О полной управляемости разнотемповых сингулярно возмущенных систем // Матем. заметки. 1992. Т. 52, вып. 4. С. 56–61.