ОПТИМИЗАЦИЯ И ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УСЛОВИЯХ НЕСОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ

В.В. Альсевич

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

пр. Независимости, 4, 220050, Минск, Беларусь

alsevichvv@mail.ru

Как известно [1], [2], в условиях несовершенной конкуренции задача фирмы имеет вид

$$\Pi(Q) = p_0(Q)Q - \sum_{i=1}^{m} p_i(x_i)x_i \longrightarrow \max, \quad f(x) - Q = 0, \quad x \geqslant 0, \quad Q \geqslant 0, \tag{1}$$

где $\Pi(Q)$ — прибыль фирмы, $R(Q) = p_0(Q)Q$ — доход, $C_i(x_i) = p_i(x_i)x_i$ — издержки на i-й производственный фактор, Q — выпуск продукции, $p_0(Q)$ — убывающая функция цены продукции, x_i — затраты i-го фактора, $p_i(x_i)$ — возрастающая функция цены этого фактора, $f(x)$ — производственная функция, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ — вектор затрат. В [3] задача (1) исследована не в общем виде, а с использованием линейной модели фирмы при одном ограниченном факторе (эта задача известна в литературе под названием задачи анализа способов производственной деятельности — ЗАСПД [2]), причем цены на продукцию и факторы производства таковы, что доход и издержки на каждый фактор — возрастающие кусочно-линейные фунции. В данном докладе эта задача исследована для линейных функций цен: $p_0(Q) = \alpha_1 Q + \alpha_0$, $Q \geqslant 0$, $\alpha_0 < 0$, $\alpha_1 > 0$; $p_i(x_i) = \beta_1^{(i)} x_i + \beta_0^{(i)}$, $x_i \geqslant 0$, $\beta_1^{(i)} > 0$, $\beta_0^{(i)} > 0$, $i = \overline{1,m}$. В итоге ЗАСПД в условиях несовершенной конкуренции примет вид:

$$(\alpha_1 Q^2 + \alpha_0 Q) - \sum_{i=1}^{m} (\beta_1^{(i)} x_i^2 + \beta_0^{(i)} x_i) - \overline{px} \longrightarrow \max,$$

$$Au - x \leqslant 0, \quad d'u \leqslant \overline{x}, \quad -q'u + Q = 0, \quad u \geqslant 0, \quad x \geqslant 0, \quad Q \geqslant 0.$$

Здесь: A — матрица затрат технологических процессов ($A \in \mathbf{R}^{m \times n}$), u — n-вектор интенсивностей технологических процессов, $\overline{x}$ — объем ограниченного фактора, $\overline{p}$ — его цена, d — n-вектор затрат этого фактора, q — n-вектор производительностей технологических процессов.

Сформулированная ЗАСПД является задачей квадратичного программирования. Введя функцию Лагранжа

$$L(u, x, Q, y_x, y_{\overline{x}}, y_Q) = (\alpha_1 Q^2 + \alpha_0 Q) - \sum_{i=1}^{m} (\beta_1^{(i)} x_i^2 + \beta_0^{(i)} x_i) - \overline{px} +$$

$$+ y_x'(-Au + x) + y_{\overline{x}}(\overline{x} - d'u) + y_Q(q'u - Q),$$

и используя теорию двойственности выпуклого программирования, получены следующие результаты. Пусть $\{u^0, x^0, Q^0\}$ — решение исходной ЗАСПД, $\{y_x^0, y_{\overline{x}}^0, y_Q^0\}$ — соответствующее решение двойственной задачи. Тогда предельный доход $MR(Q^0)$, предельные издержки $MC_i(x_i^0)$ и предельный продукт $Mf_i(x^0)$ i-го фактора связаны с оптимальным двойственным планом следующими соотношениями: $MR(Q^0) = y_Q^0$, $MC_i(x_i^0) = y_{x_i}^0$, $Mf_i(x^0) = y_{x_i}^0 / y_Q^0$, откуда следует равенство $MC_i(x_i^0) = Mf_i(x^0) \times MR(Q^0)$, которое означает: при оптимальном поведении фирмы в условиях несовершенной конкуренции предельный доход, умноженный на предельный продукт любого вида затрат, равен предельной стоимости этих затрат (предельным издержкам).

Литература

1. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984

2. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис-пресс, 2002.

3. *Альсевич В.В.* Введение в математическую экономику. Конструктивная теория. М.: Изд-во ЛКИ, 2007.