ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТОХАСТИЧЕСКИХ РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ

Ф.Ф. Яско

Полоцкий государственный университет

Пусть банахово пространство E разлагается в прямую сумму двух подпространств E_1 и E_2 :

$$E = E_1 + E_2.$$

Всякое прямое разложение порождает пару взаимно дополнительных проекционных операторов (проекторов) P_1 и P_2, причем $E_1 = P_1 E$, $E_2 = P_2 E$, $P_1 + P_2 = I$, $P_k^2 = P_k$ $(k = 1, 2)$, $P_1 P_2 = 0$.

Рассмотрим систему стохастических разностных уравнений:

$$x(n+1) = F\Big(n, x, (n), \xi(n)\Big), \tag{1}$$

где $n = 0, 1, 2, ...,$; $\xi(n, \omega)$ - марковский случайный процесс со значениями из E: $F(n, x, u)$ $(x \in E, \quad u \in E)$ - измеримая по Борелю относительно (n, x, u) функция, определенная в банаховом пространстве E с нормой $\| \cdot \|$. Система (1) вместе с начальным условием $x(n_0, \omega) = x_0$ определяет при $n = n_0 + j$ $(j = 0, 1, 2, ...)$ новый марковский случайный процесс $x(n) = x(n, \omega)$.

Определение. Решение $x = 0$ системы (1) называется экспоненциально устойчивым в среднем относительно $P_1 x$, если можно указать такое $\varepsilon > 0$, что при $M \| P_1 x_0 \| < \varepsilon$, $n > n_0$ будет выполняться

$$M\left(\| P_1 x(n) \|; \ \frac{P_1 x(n)}{x_0, \ \xi_0} \right) \leqslant B q^{n-n_0} M \| P_1 x_0 \|,$$

где $q < 1$, $B \geqslant 1$ не зависят от n_0 (M – символ математического ожидания).

Рассмотрим далее "усеченную" систему уравнений

$$P_1 x(n+1) = P_1 F\Big(n, P_1 x(n), \xi(n)\Big), \tag{2}$$

соответствущую системе (1). Решение этой системы обозначим через $P_1 y(n)$.

Для системы (1) формулируются и доказываются теоремы об экспоненциальной устойчивости и неустойчивости в среднем по отношению к части переменных. Подобные вопросы рассматривались для дифференциальных уравнений в работах [1], для систем разностных уравнений в работах [2, 3] и для счетных систем стохастических разностных уравнений в работе [4].

Литература

1. *Юдаев Г.С.* // Дифференц. уравнения. 1975. Т. 11, № 6.
2. *Силанов В.П.*, *Юдаев Г.С.* // Дифференц. уравнения. 1975. Т. 11, № 5.
3. *Яско Ф.Ф.* // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1979. № 3.
4. *Юдаев Г.С.* // Изв. вузов. Математика. 1979. Т. 8.