

АБСТРАКТНОЕ НЕРАВЕНСТВО БЕРНШТЕЙНА

Д.Н. Олешкевич

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,

Гикало 9, 220005, Минск, Беларусь

ol_dim@mail.ru

Рассматривается банахово пространство X с нормой $\|\cdot\|_X$ над произвольным полем с нормой $\|\cdot\|_F$ и замкнутый линейный оператор $A : X \supset D(A) \ni x \rightarrow Ax \in X$ с областью определения $D(A)$.

Для $\nu > 0$ определяется пространство

$$\text{Exp}_A^\nu(X) = \left\{ x \in D(A^\infty) = \bigcap_{n=0}^{\infty} : \sup_{n \geq 0} \frac{\|A^n x\|_X}{\nu^n} < +\infty \right\}.$$

Векторное пространство $\text{Exp}_A^\nu(X)$ с нормой

$$\|x\|_\nu = \sup_{n \geq 0} \frac{\|A^n x\|_X}{\nu^n}$$

является банаховым и называется пространством векторов экспоненциального типа не превосходящего ν . Через $L_q(K, C)$, $1 \leq q \leq +\infty$, обозначаются лебеговские пространства функций $u : K \rightarrow C$ суммируемых по мере dx с естественными нормами [2].

Цель работы выяснить из каких функций состоит пространство $\text{Exp}_A^\nu(X)$ для различных банаховых пространств X и операторов A . В [7] рассмотрено пространство $\text{Exp}_D^\nu(L_2(Q_p, C))$. Теперь доказана следующая

Теорема 1. Пусть K является неархимедовым локальным полем нулевой характеристики, p является характеристикой его поля вычетов k_K (такowymi, например, являются поле p -адических чисел Q_p и любое его расширение). Тогда пространство $\text{Exp}_D^\nu(K, C)$ состоит из локально постоянных функций $u \in L_2(K, C)$ с параметром постоянства больше либо равного $-\nu$ (т.е. постоянных на шарах радиуса $p^{-\nu}$). Также $\text{Exp}_D^\nu(K, C)$ замкнуто в $L_2(K, C)$ и справедливо неравенство Бернштейна

$$\|Du\|_{L_2(K, C)} \leq p^\nu \|u\|_{L_2(K, C)}.$$

Литература

1. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. М., Наука, 1965. 408 с.
2. Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленев Е.И. p -адический анализ и математическая физика. М., 1994, 352с
3. Гельфанд И.М., Шилев Г.Е., Зеленев Е.И. Обобщенные функции, пространства основных и обобщенных функции. М., 1958.
4. Радыно Я.В. Пространство векторов экспоненциального типа // Докл. АН БССР. 1983. Т. 27, № 9. С. 791–793.
5. Хьюит Э., Росс К. Абстрактный гармонический анализ. Т1. М., Наука, 1975.
6. Гельфанд И.М., Граев М.И., Пятецкий-Шапиро И.И. Обобщенные функции. Т 6. Теория представлений и обобщенных функций. М., Наука, 1966. 512 с.
7. Радыно Я.В., Олешкевич Д.Н. p -Адическое неравенство С.Н. Бернштейна // Докл. НАН Беларуси. 2006. Т. 50, № 6. С. 21–23.