

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ МНОЖЕСТВ С ЛИНЕЙНЫМИ ВАРИАЦИОННЫМИ НЕРАВЕНСТВАМИ СОСТОЯНИЙ

В.Г. Замураев

Белорусско-Российский университет,
пр. Мира 43, 212030 Могилёв, Беларусь
vhz@tut.by

Рассмотрим метрическое пространство C_{ad} - множество допустимых управлений, гильбертово пространство F со скалярным произведением $[u, v]$ и нормой $|v|$, $|v| = [v, v]^{1/2}$, и семейство $\{S_c\}$, $c \in C_{ad}$, замкнутых выпуклых множеств в пространстве F . На пространстве F зададим линейный непрерывный функционал $l(v)$. Для каждого допустимого управления c рассмотрим линейное вариационное неравенство

$$u_c \in S_c, \quad [u_c, v - u_c] \geq l(v - u_c) \quad \forall v \in S_c. \quad (1)$$

Пусть u_c^0 - решение неравенства (1). Зададим функционал $J(c, v)$, $J : C_{ad} \times F \rightarrow R$, обозначим $j(c) \equiv J(c, u_c^0)$, $c \in C_{ad}$, и рассмотрим задачу отыскания среди допустимых управлений управления, доставляющего минимальное значение функционалу $j(c)$ на C_{ad} (задача (C)).

Рассматриваемая задача является обобщением задачи построения оптимальных пространств, изучавшейся в [1, 2].

Примем следующие предположения:

1) C_{ad} — компакт; 2) из условий

$$c_n \in C_{ad}, \quad c_n \rightarrow c \in C_{ad}, \quad (2)$$

$v_n \in S_{c_n}, v_n \rightarrow \bar{v}$ (слабо в F) следует $\bar{v} \in S_c$; из условий (2) следует, что $\forall v \in S_c \exists v_n \in S_{c_n} : v_n \rightarrow v$; 3) существует постоянная k_J такая, что $J(c, v) \geq k_J \quad \forall c \in C_{ad}, \forall v \in F$, k_J не зависит от c, v ; выполняется неравенство Липшица $|J(c, v_1) - J(c, v_2)| \leq L_J |v_1 - v_2| \quad \forall c \in C_{ad}, \forall v_1, v_2 \in F$, где постоянная $L_J > 0$ не зависит от c, v_1, v_2 ; из условий (2) следует $\lim_{n \rightarrow \infty} J(c_n, v) = J(c, v) \quad \forall v \in F$.

Теорема 1. *При сделанных предположениях 1)–3) задача (C) имеет по крайней мере одно решение.*

Литература

1. Замураев В.Г. Существование оптимальных пространств для линейных функциональных уравнений // Дифференц. уравнения. 2002. Т. 38. № 7. С. 982–985.
2. Замураев В.Г. О достаточных условиях разрешимости задач построения оптимальных пространств с линейными функциональными уравнениями состояний // Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. 2006. Т. 23. № 1. С. 165–167.