ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

О.Н. Евхута[1], **П.П. Забрейко**[2]

[1] Южно-Российский Государственный Технический Университет
(Новочеркасский Политехнический Институт),
Просвещения 132, 346428, Новочеркасск, Роосcия
evhuta@novoch.ru

[2] Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
zabreiko@mail.ru

В докладе рассматривается следующий итерационный метод

$$x_{n+1} = x_n - \Lambda(x_n, f(x_n))T(x_n)f(x_n) \quad (n = 1, 2, \dots) \tag{1}$$

приближенного решения нелинейного операторного уравнения $f(x) = 0$ с определенным на шаре $B(x_0, R)$ вещественного гильбертова пространства X и действующим в то же пространство гладким оператором f. Здесь $T(x)$ зависящее от x семейство непрерывных линейных операторов в X, а $\Lambda(x, h)$ — некоторый функционал. Предполагается, что выполнены условия

$$\Lambda(x, f(x)) \leqslant \lambda(r), \quad \|T(x)\| \leqslant \theta(r) \qquad (\|x - x_0\| \leqslant r,\ 0 \leqslant r \leqslant R)$$

$$\|f(x)\|^{-1}\|f(x) - \Lambda(x, f(x))f'(x)T(x)f(x)\| \leqslant \mu(r) \qquad (\|x - x_0\| \leqslant r,\ 0 \leqslant r \leqslant R)$$

$$\|f'(x_1) - f'(x_2)\| \leqslant \omega(r, \|x_1 - x_2\|) \qquad (\|x_1 - x_0\|, \|x_2 - x_0\| \leqslant r,\ 0 \leqslant r \leqslant R)$$

Показывается, что элементарный анализ графика определенной на $[0, R]$ скалярной функции

$$d(r,\phi) = \mu(r)\phi + \Omega(r, \lambda(r)\theta(r)\phi) \qquad \left(\Omega(r,t) = \int_0^t \omega(r,\tau)\,d\tau\right),$$

полностью определяет условия сходимости приближений (1), априорные и апостериорные оценки погрешности этих приближений, их реальную и предельную скорость сходимости. Как частный случай из этого общего принципа следуют существенные усиления известных теорем М.А. Красносельского и С.Г. Крейна о сходимости метода минимальных невязок [1], теоремы Л.В. Кивистика о сходимости метода наискорейшего спуска [2], теоремы В.М. Фридмана о сходимости метода минимальных ошибок [3]. Полученные результаты распространяются на уравнения в банаховых пространствах, обладающих свойством Бынума [4, 5]; более того предложенная схема позволяет получить и аналогичные результаты для уравнений в ϖ-равномерно гладких банаховых пространствах.

Литература

1. *Красносельский М.А., Крейн С.Г.* Итерационный процесс с минимальными невязками // Мат. сб. **31**, (1952), №2. С. 315–334.

2. *Кивистик Л.А.* О методе наискорейшего спуска для решения нелинейных уравнений // Изв. АН ЭстССР, сер. физ.-матем. и техн. наук. **9**, (1960), №2. С. 145–159.

3. *Фридман В.М.* Итеративный процесс с минимальными ошибками для нелинейного операторного уравнения // Докл. АН СССР. **139**, (1961), №5. С. 1063–1066.

4. *Евхута О.Н.* О методах наискорейшего спуска и минимальных ошибок для уравнений в банаховых пространствах // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. (2005), №11. С. 18–27.

5. *Евхута О.Н., Забрейко П.П.* К теории методов градиентного типа приближенного решения операторных уравнений в банаховых пространствах // Международная научная конференция: Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования. Материалы конференции 12–17 декабря 2005 г., Воронеж, (2005). С. 88.