ПРИБЛИЖЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ВЕКТОРНЫХ ФУНКЦИЙ В БАЗИСЕ КОЙФЛЕТОВ

А.Г. Дейцева

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы,

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

a.deytseva@grsu.by

Рассматривается представление оператора дифференцирования, действующего на векторную функцию $f = [f_1, \ldots, f_M]$, $f_m \in L_2(\mathbb{R})$, $m = \overline{1, M}$, используя методы, предложенные в [1].

Пусть $\{V_j, j \in \mathbb{Z}\}$ — КМА пространства $L_2(\mathbb{R})$, порожденный масштабирующей функцией Койфмана $\varphi \in L_2(\mathbb{R})$ порядка $L = 2K$, $K \in \mathbb{N}$. Для произвольной векторной функции $f \in L_2(\mathbb{R}, \mathbb{R}^M)$ определяются кратномасштабные операторы $T_j f$ и $T_j^s f$:

$$T_j f(x) = [T_j f_1(x), \ldots, T_j f_M(x)], \quad T_j^s f(x) = [T_j^s f_1(x), \ldots, T_j^s f_M(x)],$$

где

$$T_j f_m(x) = 2^{jn} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{k' \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k-k'}^m r_{k'}^{(n)} \varphi_{j,k}(x), \quad T_j^s f_m(x) = 2^{jn} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{k' \in \mathbb{Z}} s_{j,k-k'}^m r_{k'}^{(n)} \varphi_{j,k}(x),$$

$$r_{k'}^{(n)} = \int_{\mathbb{R}} \varphi(x - k') \varphi^{(n)}(x) dx,$$

$$\alpha_{j,k}^m = \int_{\mathbb{R}} f_m(x) \varphi_{j,k}(x) dx, \quad \varphi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - k), \quad s_{j,k}^m = 2^{-j/2} f_m\left(2^{-j} k\right), \tag{1}$$

где $j \in \mathbb{Z}$, $m = \overline{1, M}$, $n \in \mathbb{N}$ — порядок дифференцирования оператора $T = \frac{d^n}{dx^n}$.

Теорема 1. *Пусть* φ, ψ *— масштабирующая функция Койфмана и койфлет порядка* $L = 2K$, $K \in \mathbb{N}$ *соответственно и интегралы, стоящие в правой части (1) существуют. Если векторная функция* $f \in C^L(\mathbb{R}, \mathbb{R}^M) \cap L_2(\mathbb{R}, \mathbb{R}^M)$ *такова, что* $\sup\limits_{x\in\mathbb{R}} \| f^{(L)}(x) \| < +\infty$, *то для всех* $x \in \mathbb{R}$ *справедливы неравенства*

$$\| f^{(n)}(x) - T_j f(x) \| \leqslant 2^{-j(L-n)} C_1 \sup_{x\in\mathbb{R}} \| f^{(L)}(x) \|,$$

$$\| f^{(n)}(x) - T_j^s f(x) \| \leqslant 2^{-j(L-n)} (C_1 + C_2) \sup_{x\in\mathbb{R}} \| f^{(L)}(x) \|,$$

где

$$C_1 = \frac{4(3L-1)^3}{L!} \sup_{x\in\mathbb{R}} |\varphi(x)|^2 \sup_{x\in\mathbb{R}} |\varphi^{(n)}(x)| \sum_{k=1}^{3L-2} k^L + \frac{2(3L-1)\left((2L-1)^{L-n+1} + L^{L-n+1}\right)}{(L-n+1)!} \sup_{x\in\mathbb{R}} |\psi(x)|^2,$$

$$C_2 = \frac{(3L-1)^2(6L-3)\left((2L-1)^{L+1} + L^{L+1}\right)}{(L+1)!} \sup_{x\in\mathbb{R}} |\varphi(x)|^3 \sup_{x\in\mathbb{R}} |\varphi^{(n)}(x)|,$$

$\| \cdot \|$ *— евклидова норма в пространстве* $\mathbb{R}^M$. $n < L$, $n \in \mathbb{N}$.

Литература

1 *Deytseva A* On the representation of the differential operators in bases of coiflets // 4th International Workshop, CASTR 2007 Siedlce, Poland, January 31 - February 3, 2007 Proceedings, Siedlce, Poland — Wydawnictwo Akademii Podlaskiej 2007 — P 52-58