

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАЗИОБРАТНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ

Ю.М. Вувуникян

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,
Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
vuv@grsu.by

В докладе обсуждается задача построения спектральных характеристик квазиобратных операторов к нелинейным эволюционным операторам с ядрами, являющимися векторнозначными обобщенными функциями.

Будем рассматривать нелинейный эволюционный оператор A кратности ν , определяемый соотношением:

$$Ax = \sum_{\alpha \neq 0} S_{|\alpha|} (a_\alpha * x^{\otimes \alpha}) \quad (x \in X^\nu),$$

где α — мультииндекс с ν компонентами, a_α — ν -мерная обобщенная функция с носителем на гипероктанте $[0; +\infty)^\nu$, X — пространство экспоненциально убывающих на гипероктанте $[0; +\infty)^\nu$ бесконечно дифференцируемых функций.

Пусть B — полиномиальный эволюционный оператор кратности ν степени r :

$$Bx = \sum_{|\beta|=1}^r S_{|\beta|} (b_\beta * x^{\otimes \beta}) \quad (x \in X^\nu).$$

И пусть C — эволюционный оператор кратности ν , являющийся композицией операторов B и A , т.е. $C = B \circ A$, а F — эволюционный оператор кратности ν являющийся композицией операторов A и B , т.е. $F = A \circ B$.

Оператор B называется *левым квазиобратным* степени r к оператору A , если $\sum_{|\alpha|=1} C_\alpha = I$ и $C_\alpha = 0$ при $2 \leq |\alpha| \leq r$.

Оператор B будем называть *правым квазиобратным* степени r к оператору A , если $\sum_{|\alpha|=1} F_\alpha = I$ и $F_\alpha = 0$ при $2 \leq |\alpha| \leq r$.

Наконец, оператор B называется *квазиобратным* степени r к оператору A , если он одновременно является левым и правым квазиобратным степени r к оператору A .

Спектральные характеристики эволюционных операторов A и B мы определим как обобщенные преобразования Лапласа \tilde{a}_α и \tilde{b}_β их ядер a_α и b_β соответственно.

Рассмотрим матрицу $\tilde{A}(\lambda) = (\tilde{a}_{e_k, j}(\lambda))_{k, j=1}^\nu$, где $\tilde{a}_{e_k, j}$ — j -я компонента вектор-функции $\tilde{a}_{e_k}(\lambda)$ (e_k — k -й элемент стандартного базиса в пространстве R^ν).

Установлено, что если A — нелинейный эволюционный оператор кратности ν с системой спектральных характеристик (\tilde{a}_α) и для любого λ матрица $\tilde{A}(\lambda)$ не особая, то оператор A имеет квазиобратный B степени r для любого натурального числа r . При этом все компоненты спектральных характеристик \tilde{b}_β оператора B могут быть однозначно определены из системы рекуррентных соотношений.

Литература

1. Вувуникян, Ю.М. Нелинейные эволюционные операторы с обобщёнными импульсными характеристиками в пространствах гладких функций / Ю.М. Вувуникян // Вестник ГрГУ Сер.2: физ.-мат. наук. 2005. № 1(31). С. 7–15.

2. Вувуникян, Ю.М. Пространства экспоненциально убывающих на положительном гипероктанте бесконечно дифференцируемых функций / Ю.М. Вувуникян // Вестник ГрГУ Сер.2: физ.-мат. наук. 2008. № 2. С. 17–22.