НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Н.В. Бедюк [1], **А.Н. Ковальчук** [2], **О.Л. Яблонский** [1]

[1] Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4. 220030 Минск, Беларусь
nbedyuk@gmail.com, yablonski@bsu.by

[2] БГПУ им. М. Танка, математический факультет
Советская 18, 220000 Минск, Беларусь
akavalchuk@tut.by

В докладе предполагается рассмотреть дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{M} f_i(t, x(t)) \dot{L}_i(t), \tag{1}$$

где L_i — функции ограниченной вариации, производные которых $\dot{L}_i(t)$ понимаются в обобщенном смысле. Так как функции L_i вообще говоря разрывны, то произведение $f_i(t, x(t))\dot{L}_i(t)$ допускает различные трактовки, ведущие к различным определениям решения указанного дифференциального уравнения.

Исследование указанного уравнения в докладе ведется при помощи алгебры мнемофункций (см. [1]), где рассматриваемое уравнение (1) определено корректно и нет сложностей в определении решения. Однако, в этом случае решение лежит в более широком классе -- алгебре мнемофункций, а решение исходного уравнения хотелось бы получить в классе обыкновенных или обобщенных функций.

В докладе предлагаются условия, необходимые и достаточные для того, чтобы решению-мнемофункции соответствовала обычная функция, которую логично считать решением уравнения (1). Такой подход позволяет охватить все существующие на данный момент трактовки уравнения (1) (для автономных уравнений вида (1) при $M = 1$ см., напр., [2]). Кроме того, показывается, что решение дифференциального уравнения (1) в предложенном смысле удовлетворяет следующему интегральному уравнению:

$$x(t) = x^0 + \sum_{i=1}^{M} \int_a^t f_i(s, x(s))dL_i^c(s) + \sum_{i=1}^{M} \sum_{a<s\leqslant t} (\varphi(\Delta L_i(s) f_i(s, \cdot), x(s-), 1) - x(s-)),$$

где L_i^c — непрерывная часть L_i, $\Delta L_i(s) = L_i(s+) - L_i(s-)$ — величина скачка в точке s, а φ - решение следующего интегрального уравнения с параметрами z, x, u:

$$\varphi(z, x, u) = x + \int_{[0,u)} z(\varphi(z, x, v))\mu(dv),$$

где z — некоторая функция, $\mu(dv)$ -- вероятностная мера специального вида, определенная на борелевских подмножествах отрезка $[0, 1]$.

Литература

1. *Антоневич А.Б., Радыно Я.В.* Об общем методе построения алгебр обобщенных функций // Докл. АН СССР. 1991. Т. 318, № 2. С. 267–270.

2. *Yablonski A.* Differential equations with generalized coefficients // Nonlinear Analysis. 2005. V. 63. P. 171–197.