РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЧЕТЫРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СО СДВИГОМ

Л.А. Хвощинская

Белорусский государственный аграрный технический университет,

Независимости 99, 220000 Минск, Беларусь

Рассматривается задача определения функции $\Phi(z)$, аналитической в плоскости с разрезом вдоль отрезка $[-\beta, \beta]$ действительной оси, по краевому условию

$$\begin{cases} a_1\Phi^+(x) + b_1\overline{\Phi^+(-x)} + c_1\Phi^-(x) + d_1\overline{\Phi^-(x)} = f_1(x), & -\beta < x < -\alpha, \\ a_2\Phi^+(x) + b_2\overline{\Phi^+(-x)} + c_2\Phi^-(x) + d_2\overline{\Phi^-(x)} = f_2(x), & \alpha < x < \beta, \end{cases}$$

где $a_k, b_k, c_k, d_k (k = 1, 2)-$ заданные числа, $f_k(x)-$ заданные функции, $\alpha \neq 0$.

С помощью новой неизвестной вектор-функции $\psi(z) = (\psi_1(z), \psi_2(z)) = (\Phi(z), \overline{\Phi(-\overline{z})})$ приходим к краевой задаче Римана с кусочно постоянной матрицей и четырьмя особыми точками $-\beta, -\alpha, \alpha, \beta$:

$$\begin{cases} \psi^+(x) = A_1\psi^-(x) + F_1(x), & -\beta < x < -\alpha, \\ \psi^+(x) = \psi^-(x), & -\alpha < x < \alpha, \\ \psi^+(x) = A_2\psi^-(x) + F_2(x), & \alpha < x < \beta, \end{cases}$$

где

$$A_1 = \frac{1}{\Delta_1}\begin{pmatrix} c_2\overline{c_1} - d_2\overline{d_1} & b_2\overline{c_1} - d_2\overline{a_1} \\ a_2\overline{d_1} - c_2\overline{b_1} & a_2\overline{a_1} - b_2\overline{b_1} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta_1}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad A_2 = \frac{1}{\Delta_2}\begin{pmatrix} \overline{a_{11}} & -\overline{a_{12}} \\ -\overline{a_{21}} & \overline{a_{22}} \end{pmatrix},$$

$$\Delta_1 = d_2\overline{b_1} - a_2\overline{c_1} \neq 0, \quad \Delta_2 = d_1\overline{b_2} - a_1\overline{c_2} \neq 0,$$

$$F_1(x) = \frac{1}{\Delta_1}\begin{pmatrix} \overline{c_2}f_1(x) - d_1\overline{f_2(-x)} \\ -\overline{b_2}f_1(x) + a_1\overline{f_2(-x)} \end{pmatrix}, \quad F_2(x) = \frac{1}{\Delta_2}\begin{pmatrix} d_2\overline{f_1(-x)} - \overline{c_1}f_2(x) \\ -a_2\overline{f_1(-x)} + \overline{b_1}f_2(x) \end{pmatrix}.$$

Решение последней задачи найдено в классе ограниченных функций. При построении решения использовалась схема, изложенная в предыдущих работах автора [1]. Решение задачи получено в виде рядов, коэффициенты которых выражаются через характекристические числа матриц A_1 и A_2.

Найдены суммарный индекс $\varkappa$ и частные индексы задачи. Установлено, что при $\varkappa = 0$ задача безусловно разрешима, а при $\varkappa = -2$ и $\varkappa = -4$ требуется выполнение условий разрешимости. Решение исходной задачи строится по формуле $\Phi(z) = \psi(z) + \overline{\psi(-\overline{z})}$.

Литература

1. *Хвощинская Л.А.* Решение одной обобщенной задачи Римана на паре непересекающихся отрезков // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2004. Т. 12. С. 176–179.