ГОЛОМОРФНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ МАЛОГО РОДА

И.А. Медных

Новосибирский государственный университет, Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Россия
ilyamednykh@mail.ru

Классическая теорема Гурвица [1] утверждает, что число голоморфных автоморфизмов римановой поверхности рода $g > 1$ не превосходит $84(g-1)$. А. М. Макбет [2] показал, что оценка точная и достигается для бесконечного числа значений рода g. Обозначим через

$Hol(S_g, S_{g'})$ множество всех голоморфных отображений римановой поверхности S_g рода g на риманову поверхность $S_{g'}$ рода g', где $g \geqslant g' > 1$.

Обобщение теоремы Гурвица было получено де Франкисом [3], который установил, что число элементов $Hol(S_g, S_{g'})$ конечно и зависит только от g. Верхняя оценка на число элементов $Hol(S_g, S_{g'})$ была получена в работе А. Ховарда и А. Дж. Соммезе [4]. В дальнейшем оценка была улучшена А. Альзатти и Г. П. Пирола [5] и М. Танабе [6].

Однако, точная оценка на число $Hol(S_g, S_{g'})$ не известна даже для малых родов. Целью данной работы является получение точной оценки на число голоморфных отображений римановой поверхности рода три на риманову поверхность рода два.

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема

Теорема 1. *Число элементов множества $Hol(S_3, S_2)$ не превосходит 48. Указанная оценка точная и достигается для пары римановых поверхностей $S_3 : w^2 = z^2(z^8 - 1)$ и $S_2 : u^2 = v(v^4 - 1)$. При этом, произвольное голоморфное отображение S_3 на S_2 представимо в виде суперпозиции $\alpha \circ f \circ \beta$, где $f : (w, z) \to (w, z^2) = (u, v)$, а α и β — подходящие автоморфизмы римановых поверхностей S_2 и S_3, соответственно.*

Литература

1. *Hurwitz A.* Über Riemann'sche Flächen mit gegebenen Verzweigungspunkten // Math. Ann. 1891. Bd. 39. S. 1–61.

2. *Macbeath A.M.* On a theorem of Hurwitz // Proc. Glasgow Math. Assoc. 1961. Vol. 5. P. 90–96.

3. *de Franchis M.* Un teorema sulle involuzioni irrazionali // Rend. Circ. Mat. Palermo. 1913. Vol. 36. P. 368.

4. *Howard A., Sommese A. J.* On the theorem of de Franchis // Ann. Scoula. Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) 1983. Vol. 10. P. 429–436.

5. *Alzati A., Pirola G.P.* Some remarks on the de Franchis theorem // Ann. Univ. Ferrara Sez. VII (N.S.) 1990. Vol. 36. P. 45–52.

6. *Tanabe M.* Holomorphic maps of Riemann surfaces and Weierstrass points // Kodai Math. J. 2005. Vol. 28. No. 2. P. 423–429.