

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ЗАВИХРЕННОСТИ В ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЯХ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ДВИЖЕНИЯМ СПЛОШНЫХ СРЕД

П.С. Иванькин

Институт тепло- и массообмена НАН Беларуси

П. Бровка 15, 220072 Минск, Беларусь

paulmmf@gmail.com

В настоящем сообщении рассмотрен ряд алгоритмов расчета движения сплошных сред с позиций влияния принятых в них разностных моделей на изменение или сохранение такого свойства, как завихренность. Известно, что замена дифференциальных операторов разностными вызывает появление целой системы дополнительных свойств. При разложении разностных операторов в ряд Тейлора [1] получается дифференциальное следствие аппроксимации, которое отличается от исходного дифференциального уравнения. В результате появляются эффекты, связанные с искусственной (алгоритмической) сеточной генерацией завихренностей в потоках. Поэтому целью данной работы стало исследование процессов такой генерации на основании свойств разностных операторов для получения критериев и рекомендаций по оптимизации вычислительных алгоритмов.

Рассматривались нестационарные пространственно-трехмерные вихревые течения сплошных сред, которые описываются системой уравнений Эйлера в консервативной форме. Поскольку для уравнения завихренности, записанного в форме Громека — Лэмба, возникают сложности с использованием консервативных численных схем [2], было проанализировано уравнение, полученное в результате применения операции rot к уравнению количества движения.

Анализ системы уравнений проводился для широко известных алгоритмов первого (второго) порядка точности — метода крупных частиц и FLIC [3]. Рассмотрены также TVD-метод Хартена [4] и метод Лакса — Вендроффа [5], обеспечивающие точность $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$. Результаты разложений разностных схем во всех алгоритмах и изучение их следствий подтверждают, что действительно имеет место возможность генерации искусственных численных завихренностей в потоках как свойств разностных схем. В исследовании найдены условия, при которых интенсивность этих вихревых генераций может быть уменьшена. В частности, получено объяснение указанному в [6] свойству сохранения завихренности при решении акустических уравнений несжимаемых сред с использованием "повернутой схемы" Рихтмайера.

Литература

1. Шокин Ю.И. Метод дифференциального приближения. Новосибирск: Наука, 1979.
2. Lerat A., Falissard F., Sides J. Vorticity-preserving schemes for the compressible Euler equations // J. Comput. Phys. 2007. Vol. 225. P. 635–651.
3. Кондрашов В. В. Повышение точности метода крупных частиц при расчете движения энергонасыщенных сред на совмещенных сетках // ИФЖ. 2002. Т. 75, вып.1. С. 41–48.
4. Harten A., Lax P. D. On a Class of High Resolution Total-Variation-Stable Finite-Difference Schemes // SIAM J. of Numerical Analysis. 1984. Vol. 21, No.1. P. 1–23.
5. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2 т. М.: Мир, 1990.
6. Morton K. W., Roe P. L. Vorticity-preserving Lax — Wendroff-type scheme for the system wave equation // SIAM J. Sci. Comput. 2001. Vol. 23. P. 170–192.