ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ФРОНТОВ УПРУГИХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ВОЗМУЩЕНИЙ, С УЧЕТОМ ПЬЕЗОЭФФЕКТА

С.М. Босяков

Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
bosiakov@bsu.by

При исследовании закономерностей распространения волновых движений в анизотропных средах для наглядного описания ряда свойств упругих волн широко используются различные виды геометрических поверхностей. Такими поверхностями, в частности, являются поверхность скоростей (фазовых скоростей), поверхность обратных скоростей (поверхность рефракции) и волновая (лучевая) поверхность [1]. Среди них непосредственный физический смысл имеет волновая поверхность, которая представляет собой геометрическое место точек, до которых к моменту времени t дойдет волновое возмущение, возникшее в некоторой точке в момент времени $t = 0$. Эти поверхности только масштабом отличаются от реальных фронтов упругих волн, распространяющихся из точечного нестационарного источника по всем направлениям. В настоящей работе представлены результаты нахождения координат точек, определяющих геометрическую форму трехмерных фронтов упругих волн, распространяющихся в анизотропных материалах от точечного нестационарного источника возмущений с учетом взаимосвязи механических и электрических свойств.

Систему уравнений движения для анизотропных упругих сред с учетом пьезоэлектрического эффекта в квазистатическом приближении представим в следующем виде:

$$\sum_{j,k,l=1}^{3} A_{ijkl}\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{i,j,k=1}^{3} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k} = \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad \sum_{j,k,l=1}^{3} e_{jkl}\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} - \sum_{j,k=1}^{3} \epsilon_{jk}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k} = 0, \tag{1}$$

где u_i — компоненты вектора перемещений; A_{ijkl} — постоянные упругости; Φ — электрический потенциал; e_{jkl} — пьезоэлектрические модули; ρ — плотность среды; ϵ_{jk} — диэлектрические проницаемости; $i = \overline{1,3}$.

Для системы уравнений (1) получено уравнение характеристической поверхности

$$z(x_1, x_2, x_3, t) = 0$$

и найдено его решение относительно частных производных $\partial z/\partial t$. Координаты точек среды, до которых дошло волновое возмущение к моменту времени t определены как решения следующих обыкновенных дифференциальных уравнений с учетом того, что волновое возмущение возникло в момент времени $t = 0$ в точке, совпадающей с началом координат:

$$\frac{dx_k^{(n)}}{dt} = \frac{\partial p_0^{(n)}}{\partial p_k}, \quad n, k = \overline{1,3}. \tag{2}$$

Здесь верхний индекс n указывает на тип упругой волны. С применением формул (2) выполнены построения фронтов упругих волн с учетом пьезоэффекта для кристаллов различных классов кубической, гексагональной, тригональной и тетрагональной систем симметрии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф08М-087).

Литература

1. *Дьелесан Э., Руайе Д.* Упругие волны в твердых телах. М.: Наука, 1982.