О НЕКОТОРЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ТЕРМОМЕХАНИКИ

В.И. Вальковская

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого

пр. Октября, 48, 246746 Гомель, Беларусь

В ряде задач современной термомеханики необходим учет факторов, которые имеют случайную природу и для своего адекватного описания требуют привлечения аппарата теории вероятностей. Возникает необходимость рассматривать краевые задачи, различные заданные, а следовательно и неизвестные функции в которых являются случайными. На примере данной задачи дан теоретический анализ стохастической краевой задачи, включающей в себя точное определение обобщенного решения, как случайной функции конечного порядка, удовлетворяющего точному интегральному тождеству. Указаны условия, при которых решение существует, является единственным и непрерывно зависит от начальных данных задачи.

Рассматривается краевая задача, описывающая нестационарное температурное поле, т.е. с учетом конечной скорости распространения тепла [1]

$$b_0^2\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b_1^2\,\frac{\partial u}{\partial t} + b_2^2\,u - a_2\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \;=\; f(t,x)\,. \tag{1}$$

$$\left(h_{11}\frac{\partial}{\partial x} + h_{12}\frac{\partial}{\partial t} + h_{13}\right)U\Big|_{x=0} = \varphi_1(t)\,, \qquad \left(h_{21}\frac{\partial}{\partial x} + h_{22}\frac{\partial}{\partial t} + h_{23}\right)U\Big|_{x=l} = \varphi_2(t)\,, \tag{2}$$

$$U(x,0) \;=\; U_0(x)\,, \qquad \frac{\partial U(x,0)}{\partial t} \;=\; U_1(x)\,.$$

Считаем, что заданные функции $U_0(x)$, $U_1(x)$, $f(t,x)$ являются случайными. Для введения обобщенного решения краевой задачи сделаны следующие предположения:

$$U_0(x) \in W_2^1(\Omega,\hbar_2), \qquad U_1(x) \in L_2(\Omega,\hbar_2), \qquad f(t,x) \in L_2(0,T,L_2(\Omega,\hbar_2))\,, \tag{3}$$

для $T > 0$, $\Omega \in]0,l[$.

Условие (3) легко формируется в терминах корреляционных функций K_0, K_1, K_f, случайных функций U_0, U_1, f.

$$\int\limits_{\Omega} \left\{K_0(x,x) + \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}K_0(x,y)\Big|_{y=x}\right\}dx \;<\; \infty$$

$$\int\limits_{\Omega} K_1(x,x)dx \;<\; \infty; \qquad \iint\limits_{\Omega}^{T} K_1(x,t;x,t)dx\,dt \;<\; \infty; \qquad K_0(0,0) = K_0(l.l) = 0. \tag{4}$$

Если выполнены условия (4), то с точностью до стохастической эквивалентности выполняются условия (2). Тогда обобщенное решение данной задачи существует и единственно. Отображение $\{f,\, U_0,\, U_1\} \to \left\{U,\, \frac{\partial U}{\partial t}\right\}$ является линейным непрерывным отображением.

Доказательство основано на использовании метода компактности. Показано, что оно имеет большую гладкость, чем это следует из (4).

Литература

1. *Подстригач Я.С., Коляно Ю.М.* Обобщенная термомеханика. Киев: Навукова думка, 1976. 310 с.