К ВОПРОСУ О РАЗРЕШИМОСТИ ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

И.И. Маковецкий

Белорусско-Российский университет

Мира пр-т, 43, 212005 Могилев, Беларусь

i_makz@mail.ru

Рассмотрим краевую задачу

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + XS(t)X + F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

$$MX(0) + NX(\omega) = 0, \tag{2}$$

где $A, B, S, F \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, M, N — заданные постоянные матрицы; $I = [0, \omega]$, $\omega > 0$.

Примем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t, X) : t \in I, \|X\| \leqslant \rho\}, \quad \lambda_1 = \max_t \|U(t)\|, \quad \lambda_2 = \max_t \|U^{-1}(t)\|,$$

$$P = U^{-1}(\omega)N^{-1}M, \quad \Phi = P + E, \quad \gamma = \|\Phi^{-1}\|, \quad m = \max\{\|P\|, 1\},$$

$$\beta = \max_t \|B(t)\|, \ \delta = \max_t \|S(t)\|, \quad h = \max_t \|F(t)\|,$$

$$\varphi(\rho) = a_0\rho^2 + a_1\rho + a_2,$$

где $t \in I$, $0 < \rho < \infty$, $a_0 = \gamma m\lambda\omega\delta$, $a_1 = \gamma m\lambda\omega\beta$, $a_2 = \gamma m\lambda\omega h$, $\lambda = \lambda_1\lambda_2$, $U(t)$ — решение задачи $dU/dt = A(t)U$, $U(0) = E$ — единичная матрица.

Теорема 1. *Пусть выполнены условия:* $\det N\Phi \neq 0$, $\varphi(\rho) \leqslant \rho$, $\varphi'(\rho) < 1$. *Тогда на компакте* D_ρ *решение* $X = X(t)$ *задачи (1), (2) существует и единственно. Это решение представимо как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций, определяемых рекуррентным интегральным соотношением*

$$X_{k+1}(t) = U(t)\Phi^{-1}\Bigg[P\int\limits_0^t U^{-1}(\tau)(X_k(\tau)B(\tau) + X_k(\tau)S(\tau)X_k(\tau) + F(\tau))d\tau -$$

$$-\int\limits_t^\omega U^{-1}(\tau)(X_k(\tau)B(\tau) + X_k(\tau)S(\tau)X_k(\tau) + F(\tau))d\tau\Bigg], \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

и удовлетворяющих условию (2), где $X_0(t) \in D_\rho$ *– любая матрица класса* $\mathbb{C}(I)$, *при этом имеет место оценка* $\|X(t)\| \leqslant a_2/(1 - \varphi'(\rho))$.