ОБОБЩЕНИЕ КРИТЕРИЯ ХАРИТОНОВА НА ОДНОРОДНЫЕ КЛАССЫ НЕУСТОЙЧИВЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ

Г.А. Зеленков

Морская государственная академия им. адмирала Ф.Ф. Ушакова,
просп. Ленина 93, 353918 Новороссийск, Россия

Здесь предлагается обобщение теоремы Харитонова [1] на однородные классы эквивалентности неустойчивых интервальных полиномов. Полученные условия позволяют так же, как и в случае устойчивых полиномов, свести задачу к конечномерной.

Определение 1. Полином степени n с вещественными коэффициентами

$$\phi(s) = a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s^n, \quad a_0 > 0, \quad a_n \neq 0,$$

не имеющий нулевых и чисто мнимых корней, принадлежит классу $(n,\, k)$-эквивалентности, если k его корней (с учетом их кратностей) лежат в правой полуплоскости. Интервальный полином с вещественными коэффициентами

$$\tilde{f}(s) = \left\{\tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 s + \ldots + \tilde{a}_{n-1} s^{n-1} + s^n,\ \underline{a}_i \leqslant \tilde{a}_i \leqslant \bar{a}_i,\ i = 1, 2, \ldots, n-1\right\} \tag{1}$$

называется интервальным полиномом класса $(n,\ k)$-эквивалентности, если любой полином из этого семейства принадлежит классу $(n,\ k)$-эквивалентности. "Угловыми" полиномами $f_1(s)$, $f_2(s)$, $f_3(s)$, $f_4(s)$ интервального полинома (1) называются полиномы, задаваемые следующими равенствами:

$$f_1(s) = \underline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \bar{a}_2 s^2 + \bar{a}_3 s^3 + \ldots, \quad f_2(s) = \bar{a}_0 + \underline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \bar{a}_3 s^3 + \ldots,$$

$$f_3(s) = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s^3 + \ldots, \quad f_4(s) = \underline{a}_0 + \bar{a}_1 s + \bar{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s^3 + \ldots \qquad (2)$$

Теорема 1. *Для того чтобы интервальный полином (1), являлся интервальным полиномом класса $(n,\ k)$-эквивалентности необходимо и достаточно, чтобы: 1) "угловые" полиномы (2) принадлежали классу $(n,\ k)$-эквивалентности; 2) Для всех вещественных корней $\omega, \omega > 0$, полиномов*

$$\overline{g}(\omega) = \bar{a}_0 - \underline{a}_2\omega^2 + \bar{a}_4\omega^4 - \ldots, \quad \underline{g}(\omega) = \underline{a}_0 - \bar{a}_2\omega^2 + \underline{a}_4\omega^4 - \ldots,$$

$$\overline{h}(\omega) = \bar{a}_1\omega - \underline{a}_3\omega^3 + \bar{a}_5\omega^5 - \ldots, \quad \underline{h}(\omega) = \underline{a}_1\omega - \bar{a}_3\omega^3 + \underline{a}_5\omega^5 - \ldots$$

выполняются соотношения:

$$\text{если } \underline{g}(\omega)\overline{g}(\omega) = 0, \ \text{ то } \underline{h}(\omega)\overline{h}(\omega) > 0; \quad \text{если } \underline{h}(\omega)\overline{h}(\omega) = 0, \ \text{ то } \underline{g}(\omega)\overline{g}(\omega) > 0. \qquad (3)$$

Теорему Харитонова [1] можно рассматривать как частный случай данной теоремы, при $k = 0$, а условия (3) теоремы будут не нужны. Для проверки принадлежности "угловых" полиномов классу $(n,\ k)$-эквивалентности достаточно применить метод понижения порядка [2], но для проверки соотношений (3) необходимо найти все положительные корни полиномов $\overline{g}(\omega)$, $\overline{h}(\omega)$, $\underline{g}(\omega)$, $\underline{h}(\omega)$, тогда как для "ящика" устойчивых полиномов (теорема Харитонова) это не требуется.

Литература

1. *Харитонов В.Л.* Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1978. Т.14, № 11. С. 2086–2088.

2. *Дикусар В.В., Зеленков Г.А., Зубов Н.В.* Методы анализа робастной устойчивости и неустойчивости. М.: Изд. ВЦ РАН, 2007.