

кинетическому описанию, также позволяющему отдельно описывать барьеры и ямы [7]. В то же время метод сингулярных барьеров имеет ряд преимуществ. Действительно, простые свойства сингулярных барьеров приводят к упрощению громоздких решений уравнения Смолуховского. За счет этого удалось дать физически ясную интерпретацию рассматриваемых процессов и установить закономерности, связывающие функционирование адиабатически медленных и быстрых броуновских моторов. Так, полученные соотношения показывают, что средняя скорость броуновского мотора, функционирующего в адиабатически медленном режиме, ограничена сверху значением скорости при дихотомном режиме изменения потенциала и совпадает с этим значением, когда циклические временные изменения мощностей барьеров и гладкой части потенциального профиля можно представить в виде прямоугольного контура в фазовом пространстве переменных $R_1 - R_2$.

Представленная работа была частично поддержана грантом 3/13-Н «Наномоторы на границе раздела фаз» целевой комплексной программы фундаментальных исследований НАН Украины «Фундаментальные проблемы наноструктурных систем, наноматериалов, нанотехнологий».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Parrondo J. M. R. Reversible ratchets as Brownian particles in an adiabatically changing periodic potential // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. P. 7297–7300.
2. Parrondo J. M. R., Blanco J. M., Chao F. J., Brito R. Efficiency of Brownian motors // Europhys. Lett. 1998. Vol. 43. P. 248–254.
3. Розенбаум В. М. Механизм возникновения высокой эффективности броуновского мотора с флуктуирующим потенциалом // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 79. С. 475–479.
4. Розенбаум В. М., Корочкова Т. Е. Аналитическая модель броуновского мотора с флуктуирующим потенциалом // ЖЭТФ. 2005. Т. 127. С. 242–252.
5. Makhnovskii Yu. A., Rozenbaum V. M., Yang D.-Y., Lin S. H., Tsong T. Y. Flashing ratchet model with high efficiency // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 69. P. 021102-1–021102-7.
6. Шапочкина И. В., Розенбаум В. М. Высокотемпературный диффузионный транспорт: асимметричные переходные процессы в симметричных детерминистических дихотомных флуктуациях потенциальной энергии // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2010. № 2. С. 41–45.
7. Rozenbaum V. M., Shapochkina I. V. Quasiequilibrium directed hopping in a time-dependent two-well periodic potential // Phys. Rev. E. 2011. Vol. 84. P. 051101-1–051101-12.
8. Rozenbaum V. M., Makhnovskii Yu. A., Shapochkina I. V., Sheu S.-Y., Yang D.-Y., Lin S. H. Adiabatically slow and adiabatically fast driven ratchets // Phys. Rev. E. 2012. Vol. 85. P. 041116-1–041116-5.
9. Reimann P. Brownian motors: noisy transport far from equilibrium // Phys. Rep. 2002. Vol. 361. P. 57–265.
10. Hänggi P., Marchesoni F. Artificial Brownian motors: Controlling transport on the nanoscale // Rev. Mod. Phys. 2009. Vol. 81. P. 387–442.
11. Riskin H. The Fokker-Plank Equation. Methods of Solution and Applications. Berlin: Springer-Verlag, 1989. P. 472.
12. Rozenbaum V. M., Korochkova T. Ye., Chernova A. A., Dekhtyar M. L. Brownian motor with competing spatial and temporal asymmetry of potential energy // Phys. Rev. E. 2011. Vol. 83. P. 051120-1–051120-10.

Поступила в редакцию 10.04.13.

Ирина Викторовна Шапочкина – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры компьютерного моделирования.

Виктор Михайлович Розенбаум – доктор физико-математических наук, заведующий отделом теории наноструктурных систем Института химии поверхности им. А. А. Чуйко НАН Украины.

УДК 539.1.07.539.216.2

А. И. УРБАНОВИЧ, Н. С. ШЛАПАКОВА

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КАПИЛЛЯРАХ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ИОННЫХ ПУЧКОВ

Транспортировка ускоренных ионов через микро- и нанокapиллярные структуры дала возможность получать ионные пучки очень малого поперечного сечения с небольшой расходимостью. Усилия многих исследователей в настоящее время направлены на увеличение мощности таких ионных пучков.

При прохождении ионных пучков через диэлектрические капилляры цилиндрической или конической формы в результате передачи части кинетической энергии ионов внутренней поверхности капилляров может происходить интенсивный нагрев последних.

В веществах с небольшим коэффициентом теплопроводности следует ожидать появления значительного перепада температур между внутренней и внешней поверхностью капилляра и, как следствие, возникновения температурных напряжений, которые при превышении критических значений могут приводить к разрушению капилляра.

Известен ряд экспериментальных работ, где для предотвращения разрушения капилляров вследствие нагрева применяют различные системы активного охлаждения. В данной работе проведен теоретический расчет радиальных σ_r и угловых $\sigma_{\theta\theta}$ температурных напряжений, возникающих в диэлектрических капиллярах при транспортировке ионных пучков. Задача решалась в квазистатическом приближении, т. е. на отрезках времени, когда ускорениями частиц среды, происходящими под действием термоупругой силы, можно пренебречь. Напряжения σ_r и $\sigma_{\theta\theta}$ пропорциональны тепловой мощности, передаваемой капилляру, а значит, при увеличении плотности выходного тока в пучке эти значения могут сильно возрастать. В стекле

практически всегда имеются ослабленные участки (микронеоднородности, внутреннее напряжение, микротрещины и др.), которые могут сильно понижать его термостойкость. Оценки, проведенные для капилляров, изготовленных из боросиликатного стекла, при передаваемой тепловой мощности капилляру порядка одного ватта, показывают, что величина температурных напряжений сравнима с нижней границей реальной прочности стекла. Полученные результаты могут быть использованы при проведении экспериментальных исследований по транспортировке ионных пучков в капиллярных структурах.

Ключевые слова: микро- и нанокapиллярные структуры; стеклянный капилляр; ионные пучки; температурные напряжения.

Transport of the accelerated ions through micro- and nanocapillary structures enables one to form the small cross-section ion beams with a minor divergence. The efforts of many researchers are now focused on increasing of the power of such ion beams.

When ion beams are passing through the dielectric cylindrical- or conical-form capillaries, their intensive heating may occur due to transfer of some kinetic energy from the ions to the inner surface of the capillaries.

In the substances characterized by a small heat conductivity coefficient it is expected that between the inner and outer surfaces the temperature difference will be considerable leading to the heat stresses which may result in the capillary breaking when the critical values are exceeded.

In some papers it is proposed to prevent the capillary breaking due to heating by the use of different active-cooling systems. This work presents a theoretical computation for the radial σ_{rr} and angular $\sigma_{\theta\theta}$ heat stresses occurring in dielectric capillaries on transport of ion beams. The problem has been solved in the quasi-static approximation, i. e. for times when the accelerations of the medium particles caused by the thermoelectric force may be neglected. The stresses σ_{rr} and $\sigma_{\theta\theta}$ are proportional to the heat power transferred to the capillary and hence these values may be growing significantly with increase in the output current density. Actually, glass always has some regions with microinhomogeneities, internal stresses, microcracks, and the like, liable to lower its heat resistance. As demonstrated by the estimates for the capillaries of borosilicate glass when the heat power transferred to the capillary is on the order of one watt, the heat stresses are comparable to the lower limit of the actual heat resistance of the glass. The results obtained may be used in experimental studies of the ion beam transport in the capillary structures.

Key words: micro- and nanocapillary structures; glass capillary; ion beams; heat stresses.

Исследования прохождения ускоренных ионов заряженных частиц через капиллярные структуры направлены на решение одной важной задачи современной микро- и наноэлектроники, а именно: получение ионных пучков большой плотности с малым поперечным сечением и небольшой расходимостью. В экспериментах главным образом используются капилляры цилиндрической и конической формы, изготовленные из различных веществ (диэлектрики, полимеры, полупроводники, металлы и др.) [1–3]. Наибольший интерес представляют капилляры конической формы, позволяющие за счет фокусировки создавать пучки с большой плотностью частиц. Известны экспериментальные работы, в которых сообщалось, что отношение плотности выходного пучка к плотности входного составляет несколько тысяч. Конструкция конического капилляра такова, что он заканчивается цилиндрической областью. Именно здесь и происходит наиболее сильный его нагрев. В веществах с небольшим коэффициентом теплопроводности следует ожидать появления значительного перепада температур между внутренней и внешней поверхностью капилляра и, как следствие, возникновения температурных напряжений, которые при превышении критических значений могут приводить к разрушению капилляра. Для предотвращения этого применяют различные системы активного охлаждения [4]. В работе [5] проведен расчет температурных полей в диэлектрических капиллярах, где радиальные температурные напряжения оценивались с помощью соотношения $\sigma_{rr} = E\alpha_v\Delta T$, где E – модуль Юнга, α_v – коэффициент объемного расширения; ΔT – перепад температур между внутренней и внешней поверхностью капилляра.

В данной работе исследуется динамика температурных напряжений, возникающих в цилиндрических диэлектрических капиллярах.

Будем моделировать капилляр как цилиндр радиусом R длиной l из материала плотностью ρ , удельной теплоемкостью c , с коэффициентом теплопроводности χ , начальной температурой $T = 0$ и соосную с ним цилиндрическую полость радиусом r_0 , внутри которой движется пучок ионов, являющийся источником нагрева. Вследствие цилиндрической симметрии температура цилиндра будет зависеть от радиальной координаты r и времени t , т. е. $T = T(r, t)$. В [5] было показано, что распределение температуры в процессе нагрева капилляра без учета охлаждения определяется соотношением

$$T(r, t) \approx -\frac{P}{4\pi l \chi} Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right), \quad (1)$$

где P – тепловая мощность, передаваемая капилляру, $Ei(x)$ – интегральная показательная функция.

Нестационарное температурное поле вызывает напряженное состояние вещества, которое изменяется с течением времени. Деформации, происходящие в веществе, создают волну перемещений, распространяющуюся со скоростью звука. Поскольку мы рассматриваем задачу на достаточно больших отрезках времени, то ускорениями частиц среды, происходящими под действием термоупругой силы, можно пренебречь, и уравнение, описывающее возникающие под действием градиента температур перемещения среды, записать в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha_v \frac{\partial T}{\partial r}, \quad t > 0, r_0 < r < R, \quad (2)$$

где μ – параметр Пуассона.

В результате теплового расширения среды будут возникать температурные напряжения, которые в расчетах рассматриваемой модели будут определяться двумя компонентами: радиальной σ_{rr} и азимутальной (угловой) $\sigma_{\theta\theta}$:

$$\sigma_{rr} = \frac{2G}{1-2\mu} \left[(1-\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \mu \frac{u}{r} - (1+\mu) \alpha_v T \right], \quad (3)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{2G}{1-2\mu} \left[\mu \frac{\partial u}{\partial r} + (1-\mu) \frac{u}{r} - (1+\mu) \alpha_v T \right], \quad (4)$$

где G – модуль сдвига; $2G = E/(1+\mu)$.

Начальное условие зададим в виде $u(r, 0) = 0$, $r_0 \leq r \leq R$. Перемещения должны быть конечными величинами при $r \rightarrow \infty$, т. е. в данном случае равными нулю: $u(r, t)|_{r \rightarrow \infty} = 0$. Тогда решение задачи (2) – (4) с учетом (1) можно записать в виде

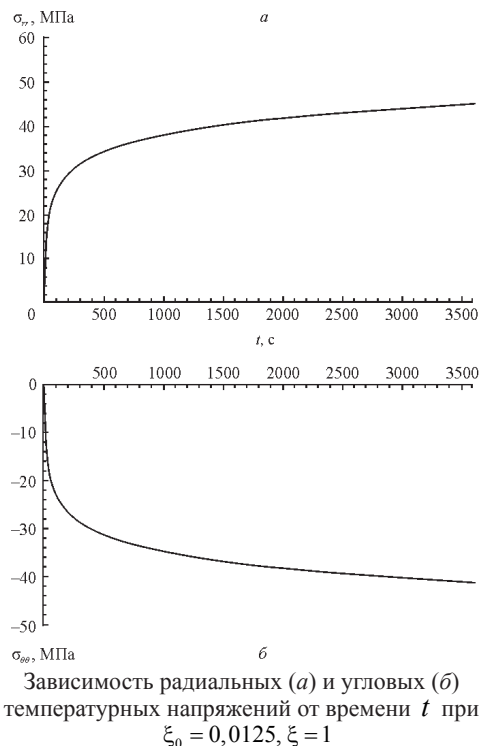
$$\begin{aligned} u(\xi, t) &= \frac{1+\mu}{1-\mu} \frac{\alpha_v}{\xi^2} \int_{\xi_0}^{\xi} \eta T(\eta, t) d\eta, \\ \sigma_{rr} &= -\frac{E}{1-\mu} \alpha_v \frac{1}{\xi^2} \int_{\xi_0}^{\xi} \eta T(\eta, t) d\eta, \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{1-\mu} \alpha_v \left[\frac{1}{\xi^2} \int_{\xi_0}^{\xi} \eta T(\eta, t) d\eta - \frac{1-\mu}{1-2\mu} T(\xi, t) \right], \\ T(\xi, t) &= -\frac{P}{4\pi l \chi} Ei \left(-\frac{\xi^2}{(4at/R^2)t} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\xi = r/R$; $\xi_0 = r_0/R$.

В целях визуализации полученных результатов был проведен численный эксперимент по расчету (5) для капилляров, изготовленных из боросиликатного стекла при следующих значениях параметров: $\rho = 2,23 \cdot 10^3$ кг/м³, $c = 9 \cdot 10^2$ Дж/кг · К, $\chi = 1,2$ Вт/м · К, $a = 6 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $l = 2 \cdot 10^{-2}$ м, $r_0 = 10^{-5}$ м, $R = 10^{-2}$ м, $\alpha_v = 2,6 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, $E = 83 \cdot 10^3$ МПа, $\mu = 0,2$, $P = 1$ Вт.

На рисунке приведены временные зависимости радиальных σ_{rr} и угловых $\sigma_{\theta\theta}$ напряжений при значении $\xi_0 = 0,0125$. Положительным значениям соответствует напряженное состояние растяжения, а отрицательным – напряженное состояние сжатия. Из графиков видно, что σ_{rr} монотонно нарастает во времени, выходя на стационарный режим. Угловые напряжения также монотонно изменяются во времени. Наибольшие установившиеся значения для σ_{rr} при выбранных значениях параметров соответствуют ≈ 40 МПа, что приближается к нижней границе реальной прочности стекла. Следует заметить, что в стекле практически всегда имеются ослабленные участки (микронеоднородности, внутреннее напряжение, микротрещины и др.), которые могут сильно понижать его термостойкость. А так как величины σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ пропорциональны тепловой мощности P , то, значит, при увеличении плотности выходного тока в пучке эти значения могут сильно возрастать. К тому же расчеты показывают, что с уменьшением ξ_0 установившиеся значения σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ больше, а значит, в нанокapиллярных структурах термонапряжения могут возрастать до предельных.

Таким образом, при прохождении ионных пучков через диэлектрические капилляры в результате передачи части кинетической энергии ионов внутренней поверхности капилляров может происходить интенсивный нагрев последних, приводящий к возникновению температурных напряжений в окружном и радиальном направлениях. Оценки, проведенные для капилляров, изготовленных из боросиликатного стекла, показывают, что величина температурных напряжений сравнима с нижней границей реальной прочности стекла.



Авторы выражают благодарность члену-корреспонденту НАН Беларуси Ф. Ф. Комарову за полезные обсуждения полученных результатов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Stolterfoht N., Bremer J.-H., Hoffmann V., Hellhammer R., Fink D., Petrov A., Sulik B. Transmission of 3 keV Ne⁷⁺ Ions through Nanocapillaries Etched in Polymer Foils: Evidence for Capillary Guiding // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. P. 133201.
2. Nebiki T., Yamamoto T., Narusawa T., Breese M. B. H., Teo E. J., Watt F. Focusing of MeV ion beams by means of tapered glass capillary optics // J. Vac. Sci. Technol. 2003. Sept./oct. A 21(5). P. 1671.
3. Комаров Ф. Ф., Камышан А. С., Лагутин А. Е. Угловые распределения протонов с энергией 240 кэВ, прошедших диэлектрические капилляры // Изв. РАН. Сер. физ. 2008. Т. 72. № 5. С. 680–682.
4. Hasegawa J., Jaiyen S., Pollee C., Oguri Y. Development of a micro-PIXE system using tapered glass capillary optics // Nucl. Instr. and Meth. B. 2011. doi: 10.1016/j.nimb. 2011.04.073.
5. Урбанович А. И. Температурные поля, возникающие в диэлектрических капиллярах при транспортировке ионных пучков // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2012. № 2. С. 37–39.

Поступила в редакцию 24.04.13.

Александр Иосифович Урбанович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического моделирования и управления.

Наталья Сергеевна Шлапакова – студентка 5-го курса физического факультета.

УДК 621.396.67

В. И. ДЕМИДЧИК

ИЗЛУЧЕНИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ИСТОЧНИКОВ В КИРАЛЬНОЙ СРЕДЕ

В известной литературе проблема излучения электромагнитных волн в киральной среде освещена слабо. В основном рассматриваются лишь вопросы излучения расположенных в киральной среде элементарных источников и прямолинейных вибраторных антенн.

Целью данной работы является рассмотрение особенностей излучения произвольной системы источников, расположенных в биизотропной киральной среде.

Если в безграничной киральной среде находятся источники тока с объемной плотностью \vec{j} , то из уравнений Максвелла можно получить несвязанные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка для векторов напряженности электрического поля волн правой и левой круговой поляризации. Для решения полученных уравнений вводятся электродинамические потенциалы, которые можно представить через функцию Грина свободного пространства.

В итоге в случае известного амплитудно-фазового распределения токов системы источников получены соотношения, которые позволяют рассчитать поле излучения.

При решении задач антенной техники практический интерес представляет поле, создаваемое антенной в дальней зоне, когда расстояние от источника до точки приема много больше длины волны электромагнитного поля.

На основании общих соотношений для поля излучения системы источников в рамках известных приближений дальней зоны получены выражения для полей правой и левой круговой поляризации, анализ которых показывает, что векторы поля не имеют составляющих вдоль направления распространения.

Проведен также расчет поля излучения элементарного электрического вибратора (диполя). Установлено, что направленные свойства элементарного электрического вибратора в киральной и некиральной средах одинаковы. Поскольку амплитуды и фазовые скорости волн правой и левой поляризации различны, суммарное поле – поле эллиптической поляризации и эллипс поляризации в процессе распространения волны поворачивается. При малых значениях параметра киральности поле излучения обладает поляризацией, близкой к линейной.

Ключевые слова: излучение; система источников; киральная среда; электродинамические потенциалы; функция Грина; дальняя зона; поляризация волн.

The problem of electromagnetic wave radiation in chiral medium is poorly covered in publications. In general, only the problems of radiation of elementary sources and rectilinear vibrator antennas, located in chiral media, are investigated.

The purpose of this paper is to consider the radiation peculiarities of the system of arbitrary sources, located in bi-isotropic chiral medium.

If sources of current with volumetric density \vec{j} are located in infinite chiral medium, then from Maxwell equations it is possible to derive unbound heterogeneous differential equations of second order for the vectors of electric field for the waves of left and right circular polarization. To solve the obtained equations electromagnetic potentials are introduced, that can be represented by Green's function in free space.

As a result, the relations are obtained for the case of known phase-amplitude current distribution for the system of sources. These relations allow calculating the field of radiation.

When solving the tasks of antenna technics, the practical interest focuses on the field that is created by antenna in far-field region, when the distance between the source and receiving point is much bigger than the wavelength of electromagnetic field.

On the basis of common relations for the radiation field of the source system and within the frames of the known approximations for far-field region, the expressions are obtained for the fields of left and right circular polarization. Their analysis shows, that field vectors do not have the components along the direction of propagation.

The calculation of radiation field of an elementary electric vibrator (dipole) is carried out. It was ascertained, that directional properties of elementary electric vibrator in chiral and non-chiral media are identical. Since the amplitude and phase velocity of left-polarized and right-polarized waves are different, the summarized field is of elliptical polarization and the polarization ellipse rotates in the process of wave propagation. When the value of chiral parameter is small, the radiation field possesses polarization close to linear.

Key words: radiation; source system; chiral media; electromagnetic potentials; Green's function; far-field region; waves polarization.