О ПОРЯДКАХ ГРУПП ИЗОМЕТРИЧЕСКИХ И ГОМОТЕТИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ В РИМАНОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ С ГИПЕРКОМПЛЕКСНОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ.

З.Н. Четыркина

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,

П. Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь

Huseinavaas@bsu.by

Если в касательном пространстве риманова пространства V_{4n} или V_{8n} задана гиперкомплексная алгебраическая структура кватернионов H или октионов O соответственно, то для линейного элемента $(\overline{x}, d\overline{x})$ этого пространства, вектор $d\overline{x}(dz_1, dz_2, \dots, dz_n)$ имеет n гиперкомплексных координат dz_i и его норма ds определяется формулой

$$ds^2 = dz_1dz_1^* + dz_2dz_2^* + \dots + dz_ndz_n^*, \tag{1}$$

где * (звездочкой) обозначена операция комплексного сопряжения в соответствующей алгебре [1].

Векторное поле $\xi^\alpha(x)$ определяет гомотетическое движение в V_N с метрикой ds^2, если оно удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных

$$L_\xi(ds^2) \equiv \xi^\alpha \frac{\partial(ds^2)}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\beta} dx^\beta \frac{\partial(ds^2)}{\partial(dx^\alpha)} = c \cdot ds^2 \tag{2}$$

где c-гомотетическая постоянная, зависящая от ξ, а по α и β предполагается суммирование, $\alpha, \beta = \overline{1, N}$. Левая часть уравнения (2) означает производную Ли от метрики ds^2. Если $c = 0$, то получаем изометрическое движение в V_N.

Число r фундаментальных решений ξ^α_μ, $\mu = \overline{1, r}$ (линейно-независимых с постоянными коэффициентами)уравнения (2) характеризует порядок группы гомотетических или изометрических движений, если задана метрика ds^2.

Нас интересуют порядки полных групп гомотетических и изометрических движений в римановых пространствах, для которых будет сохраняться еще и соответствующая алгебраическая структура в касательных пространствах.

Справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. *Риманово пространство V_{4n}, $n > 1$ несущее на себе алгебру кватернионов H, допускает полную группу гомотетических движений порядка $\dfrac{n(3n+5)}{2} + 1$ и полную группу изометрических движений порядка $\dfrac{n(3n+5)}{2}$, сохраняющих алгебраическую структуру.*

Теорема 2. *Риманово пространство* V_{8n}, $n > 1$ *несущее на себе алгебру кватернионов* O, *допускает полную группу гомотетических движений порядка* $n(7n+1)+1$ *и полную группу изометрических движений порядка* $n(7n+1)$, *сохраняющих алгебраическую структуру.*

Литература

1. *Розенфельд Б.А., Замаховский М.П.* Геометрия групп Ли. МЦНМО, 2003.