ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ, ПОРОЖДЕННЫЕ КОНТАКТНЫМИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

А.К. Рыбников

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
arybnikov@mail.ru

Так называемые преобразования Ли-Бэклунда или что то же, контактные преобразования высших порядков (см., например, [1]) используются при изучении нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными с целью приведения дифференциальных уравнений к более простому виду. В настоящей работе контактные преобразования высших порядков рассматриваются как дифференциально-геометрические структуры и, следовательно, могут быть определены заданием поля геометрического объекта (фундаментального объекта). На возможность определения дифференцируемых отображений заданием фундаментального объекта указал Г.Ф. Лаптев в докладе на Международном конгрессе математиков в Ницце в 1970 г. (текст доклада см. в [2]).

Контактные преобразования порядка k $(k = 1, 2, \dots)$ представляют собой частный случай диффеоморфизмов между многообразиями голономных k-струй J^kE и J^kE', где E и E' — $(n+1)$-мерные расслоенные многообразия общего типа над n-мерными базами. В настоящей работе мы ограничиваемся для простоты рассмотрением случая $n = 2$.

Данная работа посвящена изучению дифференциально-геометрической структуры контактных диффеоморфизмов 2-го порядка. Несмотря на то, что мы ограничиваемся контактными преобразованиями 2-го порядка (говоря точнее, контактными диффеоморфизмами многообразий 2-струй), полученные результаты нетрудно распространить на преобразования любого порядка.

Диффеоморфизм между многообразиями 2-струй J^2E и J^2E' (или, говоря по-другому, 2-диффеоморфизм) можно задать уравнениями Пфаффа, связывающими главные (базисные) дифференциальные формы этих многообразий. Главные формы в J^2E линейно выражаются через главные формы в J^2E' (и обратно). Коэффициенты в этих линейных выражениях являются компонентами фундаментального объекта 2-диффеоморфизма. Мы не имеем возможности привести более детальную информацию об этом объекте ввиду ограниченности объема тезисов. В случае, когда 2-диффеоморфизм — контактный, фундаментальный объект имеет весьма специальный вид. Его компоненты связаны рядом соотношений, которые мы здесь не выписываем по вышеупомянутой причине.

Нами рассмотрен также случай, когда 2-диффеоморфизм задан явными уравнениями, связывающими локальные координаты многообразий J^2E и J^2E'. Выведены необходимые и достаточные условия, при которых диффеоморфизмы 2-го порядка, заданные явными уравнениями, являются контактными диффеоморфизмами.

В работе систематически используется инвариантный аналитический метод Картана — Лаптева (см. [3] или оригинальные работы Г.Ф. Лаптева, ссылки на которые можно найти в [3]).

Литература

1. *Ибрагимов Н.Х.* Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983.

2. *Лаптев Г.Ф.* К инвариантной теории дифференцируемых отображений // Труды геометрическ. семинара. Т. 6. М.:ВИНИТИ, 1974. С. 37–42.

3. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Итоги науки и техн. Проблемы геометрии. Т. 9. М.:ВИНИТИ, 1979. С. 5–246.