ОПРЕДЕЛИТЕЛИ ГУРВИЦА И ПОДАЛГЕБРЫ ВЕЩЕСТВЕННЫХ АЛГЕБР ЛИ

А.Н.Рудый

Белорусский Национальный технический университет, пр. Независимости, 65, Минск, Беларусь
anrudy@tut.by

Рассмотрены вещественные подалебры алгебры Ли $\mathfrak{su}(p,q)$. Пусть $\mathfrak{g}$ — простая комплексная классическая алгебра Ли, и пусть $\varphi : \mathfrak{g} \to \mathfrak{sl}(V)$ — ее неприводимое представление. Если $\mathfrak{g}_\sigma$ - вещественная форма внутреннего типа алгебры $\mathfrak{g}$, то $\varphi(\mathfrak{g}_\sigma) \subseteq \mathfrak{su}(p,q)$, где $p+q =$ char"3D $dimV$. Пусть $\delta(\mathfrak{g}_\sigma) = p - q$. В [1, 2] получены формулы для δ в терминах отметок старшего веса λ представления φ. Пусть ρ — полусумма всех положительных корней алгебры $\mathfrak{g}$, $\lambda + \rho = \sum_{q=1}^{r} h_q \overrightarrow{\varepsilon}_q$, где $\overrightarrow{\varepsilon}_1, \ldots, \overrightarrow{\varepsilon}_r$ — стандартный базис Вейля реализации корней алгебры $\mathfrak{g}$. Если $\mathfrak{g} = \mathfrak{so}(2r+1, \mathbb{C})$, то [3] вычисление δ свелось к вычислению определителя составленного из коэффициентов $b_j(h)$ полинома $f(z) = \prod_{j=1}^{r}(z - h_j \sin(\pi h_j)) = \sum_{j=0}^{r} b_j(h) z^{r-j}$. При этом после преобразований этот определитель оказался определителем Гурвица. Если $\mathfrak{g} = \mathfrak{sp}(2r, \mathbb{C})$, то[4], используя аналогичную технику, были получены достаточные условия равенства 0 значения δ.

В настоящей работе рассмотрен случай $\mathfrak{g} = \mathfrak{sp}(2r, \mathbb{C})$, когда $\delta \neq 0$. При этом показано, что вычисления $\delta(\mathfrak{sp}_{i,r-i})$ также сводятся к вычислению определителей Гурвица [5, гл. XVI]. К вычислению таких определителей применяется алгоритм Рауса [5, гл. XVI].

Литература

1. *Карпелевич Ф.И.* Простые подалгебры вещественных алгебр Ли // Тр. Моск. матем. общ. 1955. Т. 4. С. 3–112.

2. *Rudy A.N.* Signatures of finite classical Lie algebra representations // J. Phys. A: Math. Gen. 1995. V. 28. P. 1641–1653.

3. *Rudy A.N.* The Hurwitz determinants and the signatures of irreducible representations of simple real Lie algebras // Central European J. Math. 2005. V. 3, N. 4. P. 606–613.

4. *Рудый А.Н.* Сигнатуры неприводимых представлений простых классических алгебр Ли // IX Белорус. матем. конф. Гродно, 2004. Ч. 2. С. 92.

5. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1988.