СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ В РИМАНОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

И. Гинтерлейтнер, В.А. Киосак [2]

[1] FSI Technical University, Brno, Czech Republic
irena.hinterleitner@seznam.cz
[2] Schiller University, Jena. Germany
vkiosak@ukr.net

В настоящей работе изучаются специальные векторные поля в римановых пространствах, для которых выполняется условие $\nabla\varphi = \mu \boldsymbol{Ric}$, $\mu = \mathrm{const}$.

Пусть на n-мерном многообразии определена афинная связность ∇ и более того аффинорная структура $\boldsymbol{A}$, которая является на этом моногообразии тензором типа $\binom{1}{1}$. Таким образом, это многообразие является пространством аффинной связности A_n.

Векторное поле φ в A_n назовем $\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{A})$ — векторным полем, если оно удовлетворяет условию $\nabla\varphi = \mu\,\boldsymbol{A}$, где μ — некоторая функция на A_n.

Очевидно, что $\varphi(\mathrm{Id})$ - векторное поле является конциркулярным.

Изучаем случай, когда пространство A_n (псевдо-) риманово с метрическим тензором g, для которого ∇ связность Леви — Чивита, $\mu = \mathrm{const}$ и аффинор $\boldsymbol{A}$ будет оператор Риччи $\boldsymbol{Ric}$.

Анализом основных уравнений убедимся в справедливости следующих результатов. Имеют место следующее теоремы.

Теорема 1. *Риманово или псевдо-риманово пространство V_n, в котором $\varphi(\boldsymbol{Ric})$-векторное поле имеет постоянную длину, т.е. $|\varphi| = \sqrt{|\varphi^\alpha\varphi^\beta g_{\alpha\beta}|} = \mathrm{const}$, имеет постоянную скалярную кривизну.*

Теорема 2. *Риманово или псевдо-риманово пространство V_n, в котором наряду с $\varphi(\boldsymbol{Ric})$-векторным полем существует конциркулярное поле, то это поле по необходимости ковариантно постоянное.*

Теорема 3. *В не эйнштейновом симметрическом римановом или псевдо-римановом пространстве V_n, в котором $Ric(X, R(Y,Z)V) = 0$ для всех касательных полей X, Y, Z, V, существует $\varphi(\boldsymbol{Ric})$-векторное поле.*

Заметим, что в пространствах последней теоремы не существуют конциркулярные векторные поля отличные от ковариантно постоянных.

Литература

1. *Mikeš J.*, Geodesic mappings of affine-connected and Riemannian spaces// J. Math. Sci. 1996. V. 78. P. 311–333.