жения и умножения), а операция суперпозиции " $\circ$ " ассоциативна и дистрибутивна справа относительно кольцевых операций сложения и умножения; m-кольцо $(K, +, \cdot, \circ)$ называется вполне полупростым, если полугруппа $(K, \circ)$ не имеет ненулевых нильпотентов, с делением, если полугруппа $(K, \circ)$ является группой с внешне присоединенным нулем, 3-простым, если $\forall a, b \in K(a \circ K \circ b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0)$, регулярным слева, если $\forall a \in K(a \in K \circ a \circ a)$; регулярным справа, если $\forall a \in K(a \in a \circ a \circ K)$. Также m-кольцо $(K, +, \cdot, \circ)$ называется m-кольцом с единицей, без делителя нуля, с сокращением, реверсивным слева регулярным, вполне регулярным, если полугруппа $(K, \circ)$ обладает соответствующими свойствами.

Далее все рассматриваемые m-кольца предполагаются нуль-симметричными (т.е. когда полугруппа $(K, \circ)$ имеет нуль).

Теорема 1. *Всякое m-кольцо вкладывается в некоторое регулярное m-кольцо в качестве под-m-кольца.*

Теорема 2. *Пусть K — регулярное m-кольцо. Тогда оно разлагается в подпрямое произведение некоторого семейства 3-простых регулярных m-колец.*

Теорема 3. *Пусть K — регулярное m-кольцо с единицей. K — является m-кольцом с делением в том и только в том случае, когда K — без делителя нуля.*

Теорема 4. *Пусть K — регулярное слева m-кольцо. Тогда оно регулярно справа, вполне регулярно и вполне полупросто.*

Теорема 5. *Всякое регулярное слева m-кольцо с единицей разлагается в подпрямое произведение некоторого семейства m-колец с делением.*

Теорема 6. *Всякое реверсивное слева m-кольцо с сокращением изоморфно под-m-кольцу некоторого m-кольца с делением.*

Литература

1. *Клиффорд А., Престон Г.* Алгебраическая теория полугрупп. Т.1,2 М.: Мир, 1972. 285 с., 422 с.
2. *Ширяев В.М.* Кольца с дополнительной операцией суперпозиции. Минск. Изд-во БГУ, 2004. 276 с.

О КОНЕЧНЫХ НЕПРИВОДИМЫХ ЛИНЕЙНЫХ ГРУППАХ ПРИМАРНОЙ СТЕПЕНИ

А.А. Ядченко

Институт математики НАН Беларуси,

Гомель, Беларусь

yadchenko_56@mail.ru

Пусть G — конечная группа, A — группа ее нетривиальных автоморфизмов, такая, что $(|G|, |A|) = 1$. Тогда A называется **группой копростых автоморфизмов** группы G и полупрямое произведение $\Gamma = GA$ групп G и A является группой.

Условие В. Скажем, что группа Γ удовлетворяет условию В, если A — непримарная группа, имеет нечетный порядок, $C_G(a) = C_G(A)$ для каждого элемента $a \in A^{\#}$ и группа G имеет точный неприводимый комплексный характер степени n, a-инвариантный хотя бы для одного элемента $a \in A^{\#}$.

Предлагается результат, аналогичный результатам, полученным в[1].

Теорема 1. *Пусть группа G удовлетворяет условию В. Если $n = 2|A| - 1 = q^{\alpha}$, где q — нечетное простое число, $\alpha \in \mathbf{N}$, то $G = O_q(G)C_G(A)$ и выполняется одно из следующих двух утверждений:*

(а) подгруппа $C_G(A)$ разрешима и $|A| - 1$ делит $|C_G(A)|$;

(б) подгруппа $C_G(A)$ абелева.

Литература

1. *Ядченко А.А.* Конечные неприводимые линейные группы 2-степени // Тезисы докл. Международной конференции, посвящ. 70-летию Л.А. Шеметкова. Гомель, 2007. с. 140–141.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФАКТОРЫ ВНЕШНИХ ФОРМ ГРУПП ТИПА A_n

В.И. Янчевский

Институт математики НАН Беларуси,
Сурганова 11, 220072 Минск. Беларусь
yanch@im.bas-net.by

Пусть K/k ($\mathrm{char}\, k \neq 2$) — квадратичное расширение полей с нетривиальным k-автоморфизмом σ и D/K — конечномерная центральная алгебра с делением и инволюцией Σ, имеющей σ ограничением на K. Обозначим через $Nrd : D^* \longrightarrow K^*$ гомоморфизм приведенной нормы мультипликативных групп D и K соответственно. Положим

$$[D^*, D^*] \text{ — коммутант } D^*,$$

$$SL_1(D) = \{d \in D^* \mid Nrd(d) = 1\}, \quad SK_1(D) = SL_1(D)/[D^*, D^*];$$

$$U_1(D,\Sigma) = \{d \in D^* \mid d^{\Sigma} d = 1\}, \quad [U_1(D,\Sigma), U_1(D,\Sigma)] \text{ — коммутант } U_1(D,\Sigma),$$

$$SU_1(D,\Sigma) = U_1(D,\Sigma) \cap SL_1(D), \quad K_1SU_1(D,\Sigma) = SU_1(D,\Sigma)/[U_1(D,\Sigma), U_1(D,\Sigma)].$$

Хорошо известно, что для внешних форм анизотропных групп типа A_n группа $K_1SU_1(D,\Sigma)$ является аналогом группы $SK_1(D)$. Строение групп $SL_1(D)$ интенсивно изучалось многими авторами (см, например, [1]). О строении групп $SU_1(D,\Sigma)$ известно очень немного. Лишь недавно в [2] было показано, что для тел D по крайней мере индекса 3 группа $K_1SU_1(D,\Sigma)$, вообще говоря, нетривиальна. Даже если ограничиваться важными специальными полями (например, глобальными), о строении групп $SU_1(D,\Sigma)$ известно очень мало. В случае тел кватернионов D над полями алгебраических чисел недавно Сури [3], опираясь на глубокую теорему Маргулиса [4], вычислил группу $K_1SU_1(D,\Sigma)$. Цель доклада, используя основной результат из [5], получить доказательство утверждения без привлечения теоремы Маргулиса, а также обсудить перспективы исследований, связанных с изучением внешних форм типа A_n анизотропных алгебраических групп.

В заключение сформулируем основной результат о факторах $K_1SU_1(D,\Sigma)$ в случае кватернионных алгебр:

Теорема 1. *Пусть k — глобальное поле ($char\ k \neq 20$, K — его квадратичное расширение, σ — нетривиальный k-автоморфизм поля K и A/k — кватернионная алгебра с делением, $D = A \otimes_k K$. Положим $\Sigma = \tau \otimes \sigma$, где τ — каноническая инволюция сопряжения на A. Для множества T неархимедовых точек ветвления алгебры A и $v \in T$ пусть k_v — пополнение поля k в точке v. Тогда*

$$K_1SU_1(D,\Sigma) = \bigoplus_{v \in T} \mathbb{Z}/n_v\mathbb{Z},$$

где в случае:

(i) $K \otimes_k k_v/k$ — не разветвлено $n_v = q_v + 1$ (q_v — число элементов в поле вычетов $\overline{k}_v$ поля k_v0;

(ii) $K \otimes_k k_v/k$ — вполне разветвлено $n_v = 2$ при $char\ \overline{k}_v \neq 2$ и $n_v = 1$ при $char\ \overline{k}_v = 2$;

(iii) $K \otimes_k k_v/k$ — не поле $n_v = 1$.