2. *Burns R.G.* On the rank of the intersection of subgroups of a Fuchsian group // Lect. Notes. Math. 1974. Vol. 372. P. 165–187.

3 *Мельников О.В., Шишкевич А.А.* Про- p-группы с виртуальной двойственностью Пуанкаре размерности 2 // Докл. НАН Беларуси. 2002. Т. 46, № 1. С. 13–15.

4. *Залесский П.А., Мельников О.В.* Фундаментальные группы графов проконечных групп // Алгебра и анализ. 1989. Т. 1, № 4. С. 117–135.

5. *Lubotzky A.* Combinatorial group theory for pro- p-groups // J. Pure Appl. Algebra. 1982. Vol. 25. P. 311–325.

6. *Ribes L., Zalesskii P.* Profinite Groups. Berlin: Springer, 2000.

7. *Мельников О.В.* Асферические про-р-группы // Матем. сб. 2002. Т. 193, № 11. С. 71–104.

О БУЛЕВЫХ ПОДРЕШЕТКАХ РЕШЕТКИ τ-ЗАМКНУТЫХ n-КРАТНО ω-НАСЫЩЕННЫХ ФОРМАЦИЙ

А.П. Мехович [1], В.О. Побойнев [2]

[1] УО "Полоцкий аграрно-экономический колледж",
ул. Октябрьская 55, 211413 Полоцк, Беларусь
pgaek@tut.by

[2] УО "Витебский государственный университет им. П.М. Машерова",
Московский проспект 33, 210038 Витебск, Беларусь
vadik20082008@yandex.ru

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать стандартную терминологию из [1, 2].

Пусть ω — некоторое непустое множество простых чисел и $\omega' = \mathbb{P} \setminus \omega$. Напомним, что символом $G_{\omega d}$ обозначается наибольшая нормальная в G подгруппа N со свойством $\omega \cap \pi(H/K) \neq \varnothing$ для каждого композиционного фактора H/K из N ($G_{\omega d} = 1$, если $\omega \cap$ $\cap \pi(\mathrm{Soc}(G)) = \varnothing 0$; символом $F_p(G)$ обозначается наибольшая нормальная p-нильпотентная подгруппа группы G. Для всякого ω-локального спутника f определяют класс $LF_\omega(f) =$ $= (G \mid G/G_{\omega d} \in f(\omega')$ и $G/F_p(G) \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G))$. Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$ для некоторого ω-локального спутника f, то формацию $\mathfrak{F}$ называют ω-насыщенной и говорят, что f — ω-локальный спутник формации $\mathfrak{F}$ [2].

Всякая формация считается 0-кратно ω-насыщенной, а при $n > 0$ формация $\mathfrak{F}$ называется n-кратно ω-насыщенной, если $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$, где все непустые значения спутника f являются $(n-1)$-кратно ω-насыщенными формациями (см. [3]).

Пусть со всякой группой G сопоставлена некоторая система ее подгрупп $\tau(G)$. Говорят, что τ — подгрупповой функтор [1], если выполняются следующие условия: 1) $G \in \tau(G)$ для любой группы G; 2) для любого эпиморфизма $\varphi : A \mapsto B$ и для любых групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ имеет место $H^\varphi \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$. Формация $\mathfrak{F}$ называется τ-замкнутой, если $\tau(G) \subseteq \mathfrak{F}$ для любой ее группы G. Пусть $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}$ — подформации формации $\mathfrak{F}$. Говорят, что $\mathfrak{H}$ — τ-дополнение к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}$, если $\mathfrak{F} = \tau\mathrm{form}(\mathfrak{M} \bigcup \mathfrak{H})$, $\mathfrak{M} \bigcap \mathfrak{H} = (1)$ и $\mathfrak{H}$ — τ-замкнутая подформация. Подформация формации $\mathfrak{F}$ называется τ-дополняемой в $\mathfrak{F}$ [1], если к ней имеется τ-дополнение в $\mathfrak{F}$.

Пусть $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ — некоторая система непустых подклассов $\mathfrak{F}_i \subseteq \mathfrak{F}$. Следуя [1], будем писать $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ (или иначе $\mathfrak{F}_1 \oplus \ldots \oplus \mathfrak{F}_n$ в случае, когда $I = \{1, \ldots, t\}0$, если для любых двух различных $i, j \in I$ имеет место $\mathfrak{F}_i \bigcap \mathfrak{F}_j = (1)$ и, кроме того, каждая группа $G \in \mathfrak{F}$ имеет вид $A_1 \times \ldots \times A_t$, где $A_1 \in \mathfrak{F}_{i_1}, \ldots, A_t \in \mathfrak{F}_{i_t}$ для некоторого натурального t и $i_1, \ldots, i_t \in I$. Для произвольной τ-замкнутой n-кратно ω-насыщенной формации $\mathfrak{F}$ через $L^\tau_{\omega_n}(\mathfrak{F})$ будем обозначать решетку всех τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных подформаций из $\mathfrak{F}$.

Используя конструкцию прямого разложения классов групп, нами получено следующее описание булевых подрешеток решетки τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций:

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — τ-замкнутая n-кратно ω-насыщенная формация. Тогда следующие условия равносильны:*

1) *решетка $L_{\omega_n}^{\tau}(\mathfrak{F})$ булева;*
2) $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I}\mathfrak{F}_i$, *где* $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ — *набор всех атомов решетки* $L_{\omega_n}^{\tau}(\mathfrak{F})$;
3) *в* $\mathfrak{F}$ τ*-дополняема каждая подформация, являющаяся атомом решетки* $L_{\omega_n}^{\tau}(\mathfrak{F})$.

Литература

1. *Скиба А.Н.* Алгебра формаций. Мн.: Беларуская навука, 1997. 240 с.

2. *Скиба А.Н., Шеметков Л.А.* Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. труды. 1999. Т. 2, № 2. С. 114–147.

3. *Скиба А.Н.* Характеризация конечных разрешимых групп заданной нильпотентной длины // Вопросы алгебры. 1987. Вып. 3. С. 21–31.

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С μ-ДОБАВЛЯЕМЫМИ ПОДГРУППАМИ

В. С. Монахов, А. В. Шныпарков

Гомельский госуниверситет им. Ф Скорины. ул. Советская, 104, Гомель, 246019
monakhov@gsu.by, shnyparkov@tut.by

Рассматриваются только конечные группы. Все используемые обозначения и термины стандартны и соответствуют [1].

L. Miao и W. Lempken [2] предложили следующее понятие: неединичная подгруппа H группы G называется μ-добавляемой в G, если существует такая подгруппа B, что $HB =$ char"3D G и H_1B — собственная подгруппа группы G для каждой максимальной в H подгруппы H_1. Для μ-добавляемой подгруппы они получили следующий результат:

p-разрешимая группа G тогда и только тогда p-сверхразрешима, когда ее силовская p-подгруппа μ-добавляема в G.

В общем случае в этой теореме условие p-разрешимости группы отбросить нельзя. Примером служит простая группа порядка 60, в которой силовская 5-подгруппа μ-добавляема. Но для $p \in \{2,3\}$ условие p-разрешимости группы G убрать можно, это вытекает из следующей теоремы.

Теорема 1. *Пусть G — группа, $\pi = \{p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n\}$, $p_1 < p_2 < p_3 < \ldots < p_n$ и $p \in \{p_1, p_2\}$. Если силовская p-подгруппа μ-добавляема в G, то группа G p-сверхразрешима.*

Следствие 1. *Если силовская 2-подгруппа μ-добавляема в группе G, то группа G 2-нильпотентна.*

Следствие 2. *Если силовская 3-подгруппа μ-добавляема в группе G, то группа G 3-сверхразрешима.*

Пример. В нециклической группе S_3 порядка 6 силовская 3-подгруппа μ-добавляема, но группа S_3 не 3-нильпотентна.

Литература

1. *Монахов В. С.* Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Вышэйшая школа. 2006.

2. *Long Miao, Wolfgang Lempken.* On μ-supplemented subgroups of finite groups // The International Conference "Group Theory and Related Topics". April, 19–25, 2008. Xuzhou, China. Collection of Abstracts. P. 24.