ЧЕРЕПИЧНЫЕ ПОРЯДКИ, ИХ МАТРИЦЫ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КОЛЧАНЫ

В.В.Кириченко

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,

Владимирская 60, 01033 Киев, Украина

vkir@univ.kiev.ua

Обозначим через $M_n(B)$ кольцо квадратных матриц порядка n с элементами из ассоциативного кольца с единицей B, e_{ij} – матричные единицы $(i,j,=1,\dots,n)$. Пусть $\mathcal{O}$ - дискретно нормированное кольцо с простым элементом π, $\mathcal{M}=\pi\mathcal{O}=\mathcal{O}\pi$ — единственный максимальный идеал $\mathcal{O}$, D — его тело частных. Целочисленная матрица $\mathcal{E}=(\alpha_{ij})\in$ $\in M_n(\mathbb{Z})$ с нулевой диагональю называется матрицей показателей, если выполняется неравенство $\alpha_{ij}+\alpha_{jk}\geqslant\alpha_{ik}$ для $i,j,k=1,\dots,n$. Ясно, что

$$\mathcal{M}^{\alpha_{ij}}=\pi^{\alpha_{ij}}\mathcal{O}=\mathcal{O}\pi^{\alpha_{ij}},$$

где $\alpha_{ij}\in\mathbb{Z}$. Черепичный порядок $A=(\mathcal{O},\mathcal{E})$ является подкольцом кольца $M_n(D)$ и состоит из всех матриц, лежащих в подмножестве A кольца $M_n(D)$ следующего вида:

$$A=\sum_{i,j=1}^{n}e_{ij}\pi^{\alpha_{ij}}\mathcal{O}\ (i,j=1,\dots,n).$$

Известно, что всякое неразложимое в прямое произведение колец нетерово полупервичное полусовершенное и полудистрибутивное кольцо ($SPSD$-кольцо) изоморфно черепичному порядку. Мы даем обзор результатов по теории $SPSD$-колец, матриц показателей и их колчанов. Эти результаты базируются на спектральной теории неотрицательных матриц, развитой в начале XX века Перроном и Фробениусом (см. [1]). Основные определения и необходимые факты, используемые в докладе, можно найти в [2] и [3].

Литература

1. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М., 1967.

2. *Hazewinkel M., Gubareni N. and Kirichenko V.V.* Algebras, Rings and Modules. Vol. 1. Mathematics and its Applications, 575. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2004.

3. *Hazewinkel M., Gubareni N. and Kirichenko V.V.* Algebras, Rings and Modules. Vol. 2. Mathematics and its Applications, 586. Springer, Dordrecht, 2007.

СУЩЕСТВОВАНИЕ ХОЛЛОВОЙ ПОДГРУППЫ В КОНЕЧНОЙ ГРУППЕ

В.Н. Княгина[1], В.С. Монахов[2]

[1] Гомельский инженерный институт Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь, ул. Речицкое шоссе, 35-А, Гомель, 246023

valer13@mail.ru

[2] Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины, ул. Советская, 104, Гомель, 246019

monakhov@gsu.by

Рассматриваются только конечные группы. Если π — некоторое множество простых чисел, то π' — дополнение к π во множестве всех простых чисел. Подгруппа, порядок которой делится только на простые числа из π, а ее индекс в группе — только на простые числа из π', называют π-холловой. Хорошо известно, что в разрешимых группах π-холловы подгруппы существуют для любого множества π простых чисел, см. например, [1], теорема 4.35.

В неразрешимых группах это свойство нарушается. Например, в знакопеременной группе порядка 60 нет $\{2, 5\}$-холловых и $\{3, 5\}$-холловых подгрупп.

Одним из фундаментальных результатов теории конечных групп является

Теорема Шура — Цассензауза (см. например, [1], теорема 4.32). *Если в конечной группе имеется нормальная π-холлова подгруппа, то в группе существует и π'-холлова подгруппа.*

Условие нормальности π-холловой подгруппы отбросить нельзя. Например, в любой группе существует силовская p-подгруппа для каждого простого p, но существование p'-холловых подгруппы для каждого простого p равносильно разрешимости группы, [1], следствие теоремы 4.36. Поэтому для существования π'-холловой подгруппы недостаточно только существование π-холловой подгруппы.

Ненильпотентная группа, у которой все собственные подгруппы нильпотентны, называется группой Шмидта. Эти группы впервые рассматривались О.Ю. Шмидтом [2], который доказал их бипримарность, нормальность одной силовской подгруппы и цикличность другой. Подробный обзор о строении групп Шмидта и их приложений в теории конечных групп имеется в [3]. Условимся называть $S_{<p,q>}$–группой — группу Шмидта с нормальной силовской p–подгруппой и циклической силовской q-подгруппой.

Доказана следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть H — π-холлова подгруппа группы G. Предположим, что в группе G существует подгруппа K такая, что $G = HK$ и H перестановочна со всеми $S_{<p,q>}$-подгруппами из K для каждого $p \in \pi$. Тогда в группе G существует π'-холлова подгруппа.*

В случае, когда подгруппа H перестановочна со всеми подгруппами из K получаем теорему 4 работы [4].

Литература

1. *Монахов В. С.* Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Вышэйшая школа. 2006.
2. *Шмидт О. Ю.* Группы, все подгруппы которых специальные // Матем сб. 1924. Т.31. С.366–372.
3. *Монахов В. С.* Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения // Труды Укр. матем. конгресса. Киев: Институт математики. 2002. С 81-90.
4. *Foguel T.* On seminormal subgroups // J. Algebra. 1994. V 165. P. 633–635.

ДИОФАНТОВЫ ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ НОРМИРОВАННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ ТРЕТЬЕЙ СТЕПЕНИ В РАЗНЫХ МЕТРИКАХ

Э.И. Ковалевская, И.М. Морозова, О.В. Рыкова

Белорусский государственный аграрный технический университет
пр. Независимости 99, 220023 Минск, Беларусь
ekovalevsk@mail.ru, INNA.MOROZOVA@tut.by

Рассматриваемые вопросы относятся к метрической теории диофантовых приближений на многообразиях. В настоящее время эта теория интенсивно развивается [1–4].

Доказаны две теоремы. В теореме 1 решена гипотеза Спринджука (1965 г.) в поле $\mathbb{C} \times \mathbb{Q}_p$ для нормированных многочленов третьей степени, что соответсвует однородным диофантовым приближениям. Теорема 2 распространяет теорему 1 на неоднородные диофантовы приближения в разных метриках.

Нормированным (или моническим) называется многочлен с целочисленными коэффициентами и старшим коэффициентом, равным 1. Пусть $P_n(y) = y^n + a_{n-1}y^{n-1} + \cdots + a_1 y +$