Теорема 2. *Следующие условия эквивалентны:*

1. $\{a, \alpha\}_n = 1$ *для всех* $\alpha \in \mathbb{Z}[\zeta_\kappa]$, $(\alpha, n) = 1$.
2. $\{a, 1 - \zeta_i^l(\zeta_i - 1)\}_n = 1$, $1 \leqslant i \leqslant r$.
3. $\frac{a^{p_i - 1} - 1}{p_i} \equiv 0 \mod p_i^{m_i}$, $1 \leqslant i \leqslant r$.

Литература

1. *Eisenstein G.* Über ein einfaches Mittel zur Auffinding verbindenden Ergänzungssätze // T. für die reine u. ang. Mathematik. 1927. Vol. 39. P. 351-364.
2. *Hasse H.* Das Eisensteinische Reziprozitäts — gesetz der n-ten Potenzreste // Math. Ann. 1927. Vol. 97. P. 599-623.
3. *Востоков С.В.* Классический закон взаимности степенных вычетов, как аналог теоремы об абелевом интеграле // в печати.

О КОНГРУЭНЦИЯХ n-АРНОЙ ГРУППЫ

А.М. Гальмак

Могилевский государственый университет продовольствия, Шмидта, 3, 212027 Могилев, Беларусь
mti@mogilev.by

В разложении группы по ее подгруппе один из смежных классов, а именно смежный класс, содержащий единицу группы, является подгруппой. Все остальные смежные классы в этом разложении подгруппами не являются. При $n \geqslant 3$, в отличие от бинарного случая, может быть несколько смежных классов в разложении n-арной группы по ее n-арной подгруппе, которые являются n-арными подгруппами. Возможна даже ситуация, когда все смежные классы являются n-арными подгруппами. В данной работе найдены необходимые и достаточные условия для того, чтобы смежный класс в разложении n-арной группы по ее полуинвариантной n-арной подгруппе сам был бы n-арной подгруппой.

Согласно предложению 7.4 [1], если $< B, [\,] >$ — полуинвариантная n-арная подгруппа n-арной группы $< A, [\,] >$, то на $< A, [\,] >$ существует конгруэнция ρ_B, классы которой совпадают со смежными классами $< A, [\,] >$ по $< B, [\,] >$: $\rho_B(a) = [a\underbrace{B\ldots B}_{n-1}]$.

Предложение 1. *Пусть* $< B, [\,] >$ *— полуинвариантная* n*-арная подгруппа* n*-арной группы* $< A, [\,] >$,

$$C = [y\underbrace{B\ldots B}_{n-1}] = [\underbrace{B\ldots B}_{n-1}y] \tag{1}$$

— смежный класс, являющийся n*-арной подгруппой в* $< A, [\,] >$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $[\underbrace{y\ldots y}_{n-1}B] = B$, $[B\underbrace{y\ldots y}_{n-1}] = B$;
2) $[x\underbrace{C\ldots C}_{n-1}] = [x\underbrace{B\ldots B}_{n-1}]$, $[\underbrace{C\ldots C}_{n-1}x] = [\underbrace{B\ldots B}_{n-1}x]$ *для любого* $x \in A$;
3) $C = [x\underbrace{B\ldots B}_{n-1}] = [\underbrace{B\ldots B}_{n-1}x]$ *для любого* $x \in C$;
4) n*-арная подгруппа* $< C, [\,] >$ *— полуинвариантна в* $< A, [\,] >$;
5) $\rho_B = \rho_C$, *т.е.* $< B, [\,] >$ *и* $< C, [\,] >$ *определяют одну и ту же конгруэнцию.*

Следующая теорема показывает, что верно обращение утверждения 1) предложения.

Теорема 1. *Пусть* $< B, [\,] >$ *— полуинвариантная* n*-арная подгруппа* n*-арной группы* $< A, [\,] >$, $y \in A$. *Тогда следующие утверждения эквивалентны:*

1) смежный класс (1) является n*-арной подгруппой в* $< A, [\,] >$;

2) $[\underbrace{y \ldots y}_{n-1} B] = B$;

3) $[B \underbrace{y \ldots y}_{n-1}] = B$;

Литература

1. *Гальмак А.М.* Конгруэнции полиадических групп / А.М. Гальмак. — Минск: Беларуская навука, 1999. — 182с

КЛАСС ИНЪЕКТОРОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В.И. Гойко

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого
stage@tut.by

Классы сопряженных подгрупп играют важную роль при исследовании многих вопросов теории конечных групп. Среди таких классов подгрупп видное место занимает класс инъекторов.

Первоначально класс инъекторов был введен в конечных разрешимых группах в работе [1]. В книге [2] доказано, что расширение этих результатов на произвольные конечные группы невозможно. Однако, если в качестве класса Фиттинга взять некоторые специфические классы, то в произвольной конечной группе могут существовать инъекторы (см., например, работы [3, 4]).

Мы в данном сообщении используем класс, построенный в [5]. Относительно этого класса доказываем не только существование, но и сопряженность класса инъекторов в произвольной конечной группе.

В дальнейшем нам понадобятся следующие определения. p-замкнутая группа Шмидта порядка $p^m q^n$ (p, q — различные простые числа, m, n - натуральные) называется (p,q)-группой. Через $\wp$ обозначим класс всех конечных групп без (p,q)-групп. В [5] доказано, что $\wp$ является ненасыщенной формацией Фиттинга, замкнутой относительно подгрупп. Нами установлены следующие утверждения.

Теорема 1. *В любой конечной группе существует* $\wp$*-инъектор.*

Теорема 2. *Любые два* $\wp$*-инъектора конечной группы* G *сопряжены в* G.

Теорема 3. *Подгруппа* F *группы* G *является* $\wp$*-инъектором группы* G *тогда и только тогда, когда* F *есть* $\wp$*-максимальная подгруппа в* G *и* $F \cap G'$ *является* $\wp$*-инъектором в коммутанте* G'.

Теорема 4. *Пусть* F *—* $\wp$*-инъектор группы* G, $F \subseteq A \subseteq G$. *Тогда* F *—* $\wp$*-инъектор группы* A.

Теорема 5. $\wp$*-инъекторы группы* G *— это в точности все те ее* $\wp$*-максимальные подгруппы, которые содержат* $\wp$*-радикал группы* G.