О РЕШЕТКАХ ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Н.Н. Воробьев [1], **А.Н. Скиба** [2], **Л.А. Шеметков** [3]

[1] УО "Витебский государственный университет им. П.М. Машерова",
Московский проспект 33, 210038 Витебск, Беларусь
vornic2001@yahoo.com

[2] УО "Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины",
ул. Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
alexander.skiba49@gmail.com

[3] УО "Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины",
ул. Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
shemetkov@gsu.by

Все рассматриваемые группы конечны. Напомним, что формацией называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

Пусть ω — некоторое непустое множество простых чисел и $\omega' = \mathbb{P} \setminus \omega$. Всякая функция вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \longrightarrow \{\text{формации групп}\}$$

называется ω-локальным спутником [1].

Для произвольного класса групп $\mathfrak{F} \supseteq (1)$ символом $G_{\mathfrak{F}}$ обозначается произведение всех нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп группы G. Пусть $\mathfrak{G}_{\omega d}$ — класс всех тех групп, у которых каждый композиционный фактор является ωd-группой. Напомним, что ωd-группа — это группа, порядок которой делится хотя бы на одно число из ω. Полагают [1], что $G_{\omega d} = G_{\mathfrak{G}_{\omega d}}$ и $F_p(G) = G_{\mathfrak{G}_{p'}\mathfrak{N}_p}$, где $\mathfrak{G}_{p'}$ и $\mathfrak{N}_p$ — класс всех p'-групп и класс p-групп соответственно.

Для всякого ω-локального спутника f определяют класс $LF_\omega(f) = (G \mid G/G_{\omega d} \in$ $\in f(\omega')$ и $G/F_p(G) \in f(p)$ для всех $p \in \omega \cap \pi(G))$. Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$ для некоторого ω-локального спутника f, то формацию $\mathfrak{F}$ называют ω-насыщенной и говорят, что f — ω-локальный спутник формации $\mathfrak{F}$ [1].

Всякая формация считается 0-кратно ω-насыщенной, а при $n > 0$ формация $\mathfrak{F}$ называется n-кратно ω-насыщенной, если $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$, где все непустые значения спутника f являются $(n-1)$-кратно ω-насыщенными формациями (см. [1]).

Пусть со всякой группой G сопоставлена некоторая система ее подгрупп $\tau(G)$. Говорят, что τ — подгрупповой функтор [2], если выполняются следующие условия: 1) $G \in \tau(G)$ для любой группы G; 2) для любого эпиморфизма $\varphi : A \longrightarrow B$ и для любых групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ имеет место $H^\varphi \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$. Формация $\mathfrak{F}$ называется τ-замкнутой (см. [2]), если $\tau(G) \subseteq \mathfrak{F}$ для любой ее группы G.

В работе [3] получен следующий результат:

Пусть $n > 0$. Тогда всякое тождество решетки всех формаций выполняется в решетке всех τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций.

Отметим, что если бы решетка всех τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций являлась бы подрешеткой решетки всех формаций, то приведенный результат был бы тривиален. Поэтому следующая теорема служит существенным к нему дополнением.

Теорема 1. *Пусть $n > 0$ и $|\omega| > 1$. Тогда решетка всех τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций не является подрешеткой решетки всех формаций.*

Литература

1. *Скиба А.Н., Шеметков Л.А.* Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. труды. 1999. Т. 2, № 2. С. 114–147.

2. *Скиба А.Н.* Алгебра формаций. Мн.: Беларуская навука, 1997. 240 с.

3. *Shemetkov L.A., Skiba A.N., Vorob'ev N.N.* On laws of lattices of partially saturated formations // Asian-European Journal of Mathematics (в печати).