# ЕСТЕСТВЕННЫЕ ТРАНЗИТИВНЫЕ РЕШЕТОЧНЫЕ ПОДГРУППОВЫЕ $\mathfrak{X}$-ФУНКТОРЫ

**А.Ф. Васильев, И.Н. Халимончик**

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Советская 104, 246699 Гомель, Беларусь
formation56@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. В 1939 году Виландт [1] установил, что множество всех субнормальных подгрупп образует подрешетку решетки всех подгрупп в любой конечной группе.

Л.А. Шеметков в [2, 3], проблема 12, вопрос 9.75 и О. Кегель в [4] инициировали направление исследований, связанное с развитием результата Виландта с использованием формационных методов и основанное на понятиях $\mathfrak{F}$-субнормальной и $\mathfrak{F}$-достижимой подгрупп. Полученные в этом направлении результаты в работах [5–7] вошли в монографии [8, 9].

В работе [10] был предложен другой подход развития отмеченного выше результата Виландта, основанный на понятии подгруппового функтора. Пусть $\mathfrak{X}$ — непустой наследственный гомоморф. Естественным транзитивным решеточным подгрупповым функтором (кратко $ETP$-функтором) на классе $\mathfrak{X}$ называется отображение, ставящее в соответствие каждой $\mathfrak{X}$-группе $G$ некоторую непустую систему $\theta(G)$ ее подгрупп и удовлетворяющее следующим условиям:

1) если $(\theta(A))^{\varphi} \subseteq \theta(B)$ и $(\theta(B))^{\varphi^{-1}} \subseteq \theta(A)$ для любого эпиморфизма $\varphi : A \to B$, где $A, B \in \mathfrak{X}$;

2) если $H$ — подгруппа $\mathfrak{X}$-группы $G$ и $K \in \theta(G)$, то $H \cap K \in \theta(H)$;

3) если $K \in \theta(H)$ и $H \in \theta(G)$, то $K \in \theta(G)$ для любой $\mathfrak{X}$-группы $G$;

4) если $H, K \in \theta(G)$, то $H \cap K \in \theta(G)$ и $< H, K > \in \theta(G)$ для любой $\mathfrak{X}$-группы $G$.

Рассматривается основная задача: для данного непустого класса $\mathfrak{X}$ описать все подгрупповые $ETP$-функторы на $\mathfrak{X}$. Данная задача была решена в [10] для случая, когда $\mathfrak{X} = \mathfrak{S}$ — класс всех разрешимых групп. В данном сообщении предлагается решение задачи для случаев, когда $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}\mathfrak{A}$ — класс всех групп с нильпотентным коммутантом; $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}^n$ — класс всех групп с нильпотентной длиной, не превосходящей $n$, где $n$ — фиксированное натуральное число.

**Литература**


1. *Wielandt H.* Eine Verallgemeinerung der invarianten Untergruppen // Math Z. 1939. Bd. 45. S. 209–244.
2. *Шеметков Л.А* Формации конечных групп. М.: Наука, 1978.
3. Коуровская тетрадь: нерешенные вопросы теории групп. Новосибирск, 2006.
4. *Kegel O.H.* Untergruppenverbände endlicher Gruppen, die den Subnormalteilerverband echt enthalten // Arch. Math. 1978. Bd. 30. № 3. S. 225–228.
5. *Васильев А.Ф., Каморников С.Ф., Семенчук В.Н.* О решетках подгрупп конечных групп // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические системы. Киев: Ин-т математики АН Украины, 1993. С. 27–54.
6. *Ballester-Bolinches A., Doerk K., Perez-Ramos M.D.* On the lattice on $\mathfrak{F}$-subnormal subgroups // J. Algebra. 1992. V. 148. P. 42–52.
7. *Васильев А.Ф. Каморников С.Ф.* К проблеме Кегеля — Шеметкова о решетках обобщенно субнормальных подгрупп конечных групп // Алгебра и логика. 2002. Т. 41. № 4. С. 411–428.
8. *Каморников С.Ф., Селькин М.В.* Подгрупповые функторы и классы конечных групп. Мн.: Бел. навука, 2003.
9. *Ballester-Bolinches A , Ezquerro L.M.* Classes of Finite Groups. Springer, 2006.
10. *Васильев А.Ф. Каморников С.Ф.* О функторном методе изучения решеток подгрупп конечных групп // Сиб. мат. журнал. 2001. Т. 2, № 1. С. 30 40.