ПРИБЛИЖЕНИЯ ТОЧЕК ТРЕХМЕРНОГО ЕВКЛИДОВОГО ПРОСТРАНСТВА ЗНАЧЕНИЯМИ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО МНОГОЧЛЕНА ДЛЯ ПОЧТИ ВСЕХ ЗНАЧЕНИЙ АРГУМЕНТА

Н.В. Бударина [1], **И.А. Корлюкова** [2]

Владимирский государственный педагогический университет
Пр. Строителей 11, 600024 Владимир, Россия
Natalia.Budarina@maths.nuim.ie

Гродненский госуниверситет им. Я. Купалы, факультет математики и информатики
Ожешко 27, 230001 Гродно, Беларусь
korlyukova@mail.ru

Пусть $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ — многочлен с целыми коэффициентами a_j, $j = \overline{0,n}$, $H = H(P) = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant n} |a_j|$ — высота многочлена $P(x)$, $\psi(x)$ — монотонно убывающая функция положительного аргумента x.

В.Г. Спринджук доказал [1], что неравенство

$$|P(x)| < \varepsilon,$$

при $\varepsilon = H^{-\omega}$, $\omega > n$ имеет бесконечное число решений только для множества нулевой меры Лебега.

Обозначим через $L_n(\psi)$ множество действительных чисел $x \in I$, $I \subset \mathbb{R}$, для которых неравенство $|P(x)| < H^{-n+1}\psi(H)$ имеет бесконечное число решений в многочленах $P(x) \in \in \mathbb{Z}[x]$.

В.И. Берник [2] и В.В. Бересневич [3] доказали, что

$$\mu\ L_n(\psi) = \begin{cases} 0, \ \sum_{H=1}^{\infty} \psi(H) < \infty, \\ \mu I, \ \sum_{H=1}^{\infty} \psi(H) = \infty. \end{cases}$$

В настоящее время решены задачи о приближении произвольных действительных чисел в случае сходимости в полях действительных, комплексных и p-адических чисел и в случае расходимости в полях действительных чисел.

В данной работе мы обощаем основные результаты [2, 3] на случай совместного приближения произвольного вектора $\bar{l} = (l_1. l_2, l_3) \in \mathbb{R}^3$ значениями $(P(x), P(y), P(z))$.

Теорема 1. *Пусть $\bar{l} = (l_1, l_2, l_3)$ - произвольная точка в $\mathbb{R}^3$. Тогда для почти всех (x, y, z) в смысле меры Лебега в $\mathbb{R}^3$ система неравенств*

$$|P(x) + l_1| < H^{-\frac{n-3}{3}}\psi(H)^{\frac{1}{3}}, \quad |P(y) + l_2| < H^{-\frac{n-3}{3}}\psi(H)^{\frac{1}{3}}, \quad |P(z) + l_3| < H^{-\frac{n-3}{3}}\psi(H)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

имеет бесконечное число решений.

Замечание. Выбор трех неравенств в системе (1) обусловлен тем, что задачу можно обобщить на случай приближения произвольной точки (x, z), $x \in \mathbb{R}$, $z \in \mathbb{C}$ значениями $P(x)$ и $P(z)$.

Литература

1. *Спринджук В.Г.* Доказательство гипотезы Малера о мере множества S-чисел // Изв. АН СССР. 1965. Т. 29. № 2. С. 379–436.

2. *Берник В.И.* О точном приближении нуля значениями целочисленных многочленов // Acta Arithmetica. 1989. Т. 53. С. 17–28.

3. *Beresnevich V.V.* On approximation of real numbers by real algebraic numbers // Acta Arithmetica. 1999. Vol. 53. № 2. P. 97-112.