2. Оптимальная политика управления. Для обоснования существования и нахождения оптимальной политики управления

$$\pi^0 = (u_i^0(t|z_{i-1}),\ i = \overline{1,2}),\ u_i^0(t|z_{i-1}),\ t \in T_i,\ z_{i-1} \in R^n,\ i = \overline{1,2},$$

используются принципы динамического программирования [1], результаты классической теории оптимального управления [2] и результаты из [3]. Доказано, что законы управления, формирующие оптимальную гарантированную политику, задаются соотношениями

$$u_i^0(t|z_{i-1}) = \psi_i^{0T} F(t_i, t) b,\ t \in T_i,\ i = \overline{1,2},$$

где $\psi_2^0 \in R^n$ — решение минимаксной задачи

$$J_2(z_1) := \min_{\psi_2} \max_{z_2} \left(z_2^T S_2 z_2 \right), \tag{5}$$
$$\text{при условиях } \ \psi_2^T G_2 \psi_2 \le r_2,\ \|z_2 - F_2 z_1 - G_2 \psi_2 + d_2\|^2_{Q_2^{-1}} \le v_2,$$

$\psi_1^0 \in R^n$ — решение двухуровневой минимаксной задачи

$$J_1(z_0) := \min_{\psi_1} \max_{z_1} \left(z_1^T S_1 z_1 + J_2(z_1) \right), \tag{6}$$
$$\text{при условиях } \ \psi_1^T G_1 \psi_1 \le r_1,\ \|z_1 - F_1 z_0 - G_1 \psi_1 + d_1\|^2_{Q_1^{-1}} \le v_1.$$

Здесь $F(t,\tau)$ — фундаментальная матрица решений системы $\dot{x} = Ax$,

$$F_i = F(t_1, t_{i-1}),\ Q_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(t_i,t) g (F(t_i,t) g)^T dt,\ G_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(t_i,t) b (F(t_i,t) b)^T dt,\ i = \overline{1,2}.$$

Учет специфики задач (5), (6) позволил существенно понизить размерности этих задач и предложить эффективные методы их решения, которые могут быть реализованы в режиме on-line.

Список литературы

1. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: ИЛ, 1960.
2. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. М.: Наука, 1968.
3. *Kostina E.A, Kostyukova O.I.* Robust optimal feedback for terminal linear-quadratic control problems under disturbances // Mathematical Programming. 2006. V. 107. № 1-2(B). P. 131-153.

О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ

В.В. Крахотко, Г.П. Размыслович

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

Рассмотрим систему управления вида

$$A_0 \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \sum_{i=1}^{m} B_i u(t - h_i),\ t \ge 0, \tag{1}$$

с начальными условиями

$$x_0 = x(0),\ u_0(\cdot) = \{u(t) = \varphi_i(t),\ t \in [-h_i, 0),\ i = \overline{1,m}\}, \tag{2}$$

где $x \in R^n$; A_0, A, B, B_i ($i = \overline{1,m}$ – постоянные матрицы соответствующих размеров, причем $\det A_0 = 0$; x_0 – заданный n-вектор; $\varphi_i(t)$, $1 \leq i \leq m$ – заданная кусочно-непрерывная на промежутках $[-h_i, 0) - n$-вектор-функция; u r-мерное достаточно гладкое управление.

Начальное состояние (2) для системы (1) назовем допустимым, если система (1) при этом состоянии имеет хотя бы одно решение. Если для каждого допустимого начального состояния (2) система (1) имеет единственное решение, то такую систему будем называть совместной.

Систему (1) назовем регулярной, если регулярен пучок матриц $(\lambda A_0 - A)$, т. е. найдется $\lambda_0 \in C$ такое, что $\det(\lambda_0 A_0 - A) \neq 0$.

Итак, пусть система (1) является регулярной. Введем в рассмотрение матрицы

$$\hat{A}_0 = (\lambda_0 A_0 - A)^{-1} A_0,\ \hat{A} = (\lambda_0 A_0 - A)^{-1} A,$$
$$\hat{B} = (\lambda_0 A_0 - A)^{-1} B + \sum_{i=1}^{m} e^{-\hat{A}_0^d \hat{A} h_i} (\lambda_0 A_0 - A)^{-1} B_i,$$

где $\hat{A}_0^d$ – обратная Дразина матрицы $\hat{A}_0$.

Тогда, согласно [1], [2] система (1) совместна и ее общее решение представимо в виде

$$x(t) = e^{\hat{A}_0^d \hat{A} t} \hat{A}_0 \hat{A}_0^d q + \int_0^t e^{\hat{A}_0^d \hat{A}(t-\tau)} \hat{A}_0^d \hat{B} u(\tau) d\tau \tag{3}$$
$$+(E_n - \hat{A}_0 \hat{A}_0^d) \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i (\hat{A}_0 \hat{A}_0^d)^i \hat{A}^d \hat{B} u^{(i)}(t) dt + \sum_{i=1}^{m} \Big(\int_{t-h_i}^{t} e^{\hat{A}_0^d \hat{A}(t-\tau)} \hat{A}_0 \hat{A}_0^d Q_i u(\tau) d\tau \Big),$$

где $\hat{A}^d$ – обратная Дразина матрицы $\hat{A}$; k – число-индекс матрицы A_0; q – произвольный n-вектор, а $n \times r$-матрица Q_i удовлетворяет уравнению

$$\hat{A}_0^2 \hat{A}_0^d Q_i = -e^{-\hat{A}_0^d \hat{A} h_i} (\lambda_0 A_0 - A)^{-1} B_i,\ 1 \leq i \leq m.$$

Исходя из представления (3) решения системы (1) ясно, что вектор x_0 и функции $\varphi_i(t)$, $i = \overline{1,m}$ начального состояния (2) допустимы, если они удовлетворяют равенству $x_0 - \sum_{i=1}^{m} \Big(\int_{-h_i}^{0} e^{-\hat{A}_0^d \hat{A} s} \hat{A}_0 \hat{A}_0^d Q_i \varphi_i(s) ds \Big) = \hat{A}_0 \hat{A}_0^d q + (E_n - \hat{A}_0 \hat{A}_0^d) \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i (\hat{A}_0 \hat{A}_0^d)^i \hat{A}^d \hat{B} u^i(0)$.

Список литературы

1. *Campbell S.L., Meyer C.D.* Generalized inverses of linear transformations. Pitman. 1979.
2. *Крахотко В.В., Размыслович Г.П.* Полная управляемость на подпространство линейных систем с запаздыванием по управлению. // Вестник БГУ, сер.1. №3. 2006. с.130–132.

ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ

С.С. Кумков

Институт математики и механики УрО РАН,

ул.С.Ковалевской, 16, ГСП-384, 620219 Екатеринбург, Россия

2445@mail.ur.ru

Сингулярными поверхностями в дифференциальных играх называют поверхности в пространстве игры, на которых оптимальные движения системы имеют особенности (изломы, слияния, расщепления). Исследование таких поверхностей является важным, поскольку они дают некий «скелет» строения игры. Основная идея классификации сингулярных поверхностей предложена Р.Айзексом в его книге [1].