

## НОВЫЙ ТИП УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ ПО ЛИНЕЙНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ В УСЛОВИЯХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СКМ

**ТЮТЮННИК О. И., МИХАЛЕВИЧ В. М.**

*Винницкий национальный технический университет*

*Винница, Украина*

*vmykhal@gmail.com, vs.tutunnik@rambler.ru*

Решение традиционной учебной задачи линейного программирования с помощью симплекс-метода предполагает выполнение громоздких, однотипных арифметических вычислений и записей. Такие действия отнимают много времени, приводят к быстрой усталости студента и по своей сути зачастую не только не связаны с ключевыми концепциями, которые положены в основу этого этапа симплекс-метода, но и мешают лучшему осознанию этих концепций субъектами обучения. Для устранения указанных недостатков с учетом ряда дидактических принципов, а также на основе создания в средесистеме компьютерной математики учебного тренажера, спроектирована новая учебная задача, в которой модифицировано содержание ее цели, являющегося способом действий субъекта обучения, решающего данную задачу.

**Ключевые слова:** учебная задача, симплекс-метод, дидактические принципы, система компьютерной математики, содержание цели учебной задачи, учебный тренажер.

Переход от текущего опорного решения к следующему путем использования правил преобразования симплекс-таблиц является одним из ключевых этапов решения типовой задачи линейного программирования (ЗЛП) произвольной размерности симплекс-методом. Этот этап является наиболее трудоемким, поскольку предполагает рутинные, громоздкие, однотипные арифметические вычисления и записи. Обычно при нахождении оптимального опорного решения ЗЛП необходимо выполнить несколько переходов от текущего опорного решения к следующему. Такие действия отнимают много времени, приводят к быстрой усталости студента и по своей сути не только не связаны с ключевыми концепциями, которые положены в основу этого этапа симплекс-метода, но и мешают лучшему осознанию этих концепций субъектами обучения. Кроме того, в современных условиях глобальной информатизации общества проектирование учебной деятельности, которая предусматривает ручное проведение громоздких однотипных арифметических вычислений и записей приводит как к подсознательному так и сознательному протесту студентов, и, как следствие, к снижению и потере их мотивации к обучению. Автор [1] отмечает, что проектирование учебной деятельности необходимо осуществлять ориентируясь не просто на студента, а на тандем «студент+компьютер».

В то же время внедрение новых технологий должно происходить не путем оспаривания и отвержения достижений педагогической науки прошлого, а, на-

оборот, их совершенствованием и усилением, в том числе и за счет использования достижений в развитии компьютерной техники [2].

Учитывая каноничность структуры и содержания линейного программирования как тематического модуля дисциплины математическое программирование считаем важным сохранить традиционную учебную задачу решения ЗЛП симплекс-методом. Однако, учитывая важность уменьшения примитивной рутинной работы субъекта обучения, решающего данную учебную задачу, необходимо изменить способ его действий. В теории учебных задач Д. Б. Эльконина под способом действий понимается конкретное действие с материалом, заключающееся в таком его расчленении, которое определяет все последующие отдельные приемы и этапность их осуществления. Такая трактовка способа действий является содержанием цели учебной задачи [3].

В связи с изложенным, учитывая необходимость и целесообразность использования систем компьютерной математики (СКМ) при изучении дисциплин математического направления были поставлены и решены следующие задачи:

1. Создать учебный Maple-тренажер (УМТ) по решению симплекс-методом ЗЛП в соответствии с традиционной методикой заполнения симплекс-таблиц.

2. На основе созданного УМТ разработать учебные задачи нового типа, в которых значительная часть, например, от 30% до 90% арифметических вычислений выполняется программой автоматически, а также формируются все необходимые симплекс-таблицы, что избавляет студента от необходимости выполнения рутинных, громоздких, однотипных вычислений и записей. Студенту остается только вычислить и заполнить значения в некоторых пустых ячейках таблицы, заведомо не заполненных программно.

Понятие УМТ введено в [4]. Под учебными тренажерами решения типовых задач высшей математики (ТЗВМ) понимается программные средства учебного назначения, предназначенные для автоматизированного воспроизведения пошагового хода решения ТЗВМ с наличием текстовых комментариев. Под УМТ - учебные тренажеры решения ТЗВМ, разработанные и функционирующие в среде СКМ Maple.

Далее предлагается рассмотрение примера учебной задачнового типа, представленного на рис. 1–12. Студент получает не только задание в виде исходных данных для решения задачи (Рис. 1), но и практически весь ход решения задачи, сопровождаемый текстовыми комментариями.

Первоочередная задача студента заключается в том, чтобы как можно более осознанно разобраться в самом ходе решения. Для этого ему достаточно выборочно повторить некоторые действия каждого шага процесса решения задачи. В ходе опроса можно задавать студенту, например, такие вопросы: 1. Как в общем решении различить базисные и свободные переменные? 2. Как из об-

щего решения получить какое-либо частное решение? 3. Какие характерные признаки опорного решения и его геометрическая интерпретация? 4. В чем заключается сущность удобного способа получения базисного решения на основе заданного общего решения? 5. Как следует понимать утверждение «уменьшение свободной неизвестной означает выход за пределы допустимых значений»? 6. Можно ли было бы перейти к следующему опорному решению увеличивая свободную переменную  $x_7$ ?

Задано: выраження цільової функції

$$z = \frac{121}{39} x_7 + \frac{194}{39} x_8 - 603$$

а також поточний опорний розв'язок у вигляді загального розв'язку, в якому вільні змінні потрібно покласти рівними нулю:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_5 = -\frac{37}{39} x_7 - \frac{98}{39} x_8 + 196 \\ x_2 = -\frac{4}{39} x_7 + \frac{1}{39} x_8 + 11 \\ x_4 = -\frac{9}{13} x_7 - \frac{1}{13} x_8 + 75 \\ x_6 = -\frac{1}{39} x_7 + \frac{10}{39} x_8 + 2 \\ x_1 = -\frac{1}{13} x_7 - \frac{3}{13} x_8 + 20 \\ x_3 = -\frac{11}{39} x_7 - \frac{7}{39} x_8 + 35 \end{array} \right.$$

Потрібно змінюючи змінну  $x_8$  перейти до наступного опорного розв'язку та виразити цільову функцію через нові вільні змінні

*Рис. 1.* — Исходные данные учебной задачи.

На шаге определения базисной переменной (Рис. 3–4), которую необходимо вывести из базисных формализованные правила заполнения симплекс-таблиц сопровождаются наглядным освещением детального анализа каждого уравнения системы линейных уравнений с точки зрения его влияния на максимально возможное значение увеличиваемой свободной переменной  $x_8$ .

На этом шаге от студента требуется не только осознать выполненные, в результате работы программы, действия и быть способным их объяснить, но и заполнить значения величин  $b_3$ ,  $a_{32}$ , а также вычислить соответствующее значение переменной  $x_8$  для строки, соответствующей базисной переменной  $x_4$ . Места с пропущенными данными, предназначенными для заполнения их студентами выделены на рис. 3, 4 штриховыми квадратиками.

## РОЗВ'ЯЗАННЯ.

Покладемо у даному загальному розв'язку вільні змінні рівними нулю  
( $x_7 = 0, x_8 = 0$ ),

визначимо базисні змінні та запишемо відповідний опорний розв'язок  
[ $x_1 = 20, x_2 = 11, x_3 = 35, x_4 = 75, x_5 = 196, x_6 = 2, x_7 = 0, x_8 = 0$ ]

і відповідне значення цільової функції  
 $z = -603$ .

В цьому опорному розв'язку змінна  $x_8 = 0$

Отже її можна тільки збільшувати, оскільки зменшення цієї змінної означає вихід за межі області допустимих значень.

Для переходу до наступного опорного розв'язку збільшуватимемо змінну  $x_8$ .

Отже, змінна  $x_8$  є змінною, яку ми вводитимемо в базис

Стовпець, в якому знаходиться указана змінна є розв'язувальним.

Решту змінних залишаємо рівною нулю, тобто

$$x_7 = 0$$

Визначимо базисну змінну, яку потрібно вивести з базису

*Рис. 2.*—Первый шаг решения учебной задачи.

З цієї метою для всіх рівнянь системи

$$\left\{ \begin{array}{l} x_5 = -\frac{98}{39}x_8 + 196 \\ x_2 = \frac{1}{39}x_8 + 11 \\ x_4 = -\frac{1}{13}x_8 + 75 \\ x_6 = \frac{10}{39}x_8 + 2 \\ x_1 = -\frac{3}{13}x_8 + 20 \\ x_3 = -\frac{7}{39}x_8 + 35 \end{array} \right.$$

*Рис. 3.* — Второй шаг решения учебной задачи — постановка задачи третьего шага.

Формулировка вопросов относительно данного этапа должна быть направлена на помощь в осознании студентами того факта, что сущность выполняемых действий заключается в элементарном нахождении решения линейного уравнения. По нашему мнению, в значительной мере осознанию студентами

сущности выполняемых действий в значительной мере способствует наглядное представление указанных уравнений, представленное на рис. 4. Формальные правила вычислений наряду со схематическим представлением данных симплекс-таблицами существенно упрощают проведение студентами ручных расчетов, но в такой же мере и затрудняют осмысление ими сути выполняемых действий.

Простой анализ этих уравнений показывает, что отрицательные значения переменной  $x_8$  соответствуют уравнениям, которые в действительности не накладывают ограничений на увеличение свободной переменной. Студенты должны осознать, что таковыми являются уравнения, в которых перед свободной переменной стоит положительный коэффициент или нулевой коэффициент. Для этих уравнений конкретное значение свободной переменной  $x_8$  вычислять совсем не обязательно. Достаточно отметить, что  $x_8 < 0$  или  $x_8 = \infty$ . Очевидно, что базисная переменная, которую необходимо вывести из базисных, определяется одним из уравнений, которые накладывают ограничения на рост свободной переменной  $x_8$ .

Запись общего решения, приведенного на рис. 5, предназначена для улучшения наглядности дальнейшего его схематического представления в виде симплекс-таблицы.

Практика показывает, что в связи с вынужденной схематизацией систем линейных уравнений в виде симплекс-таблицы, студенты не всегда достаточно четко осознают эту связь, что существенно снижает эффективность усвоения изучаемого материала.

Объективность указанных сложностей отмечается многими учеными. Оперирование математическими объектами заключается в знаково-символической деятельности, содержанием которой служит использование и преобразование системы знаково-символических средств [5]. В значительной степени трудности и проблемы при изучении высшей математики возникают от неумения декодировать информацию, представляемую знаково-символическими средствами, идентифицировать изображение с реальностью, содержащейся в нем, выделять в моделях закономерности, зафиксированные в них, оперировать моделями, знаково-символическими средствами [6].

При формировании симплекс-таблицы использован принцип избыточной информации в соответствии с которым введена строка для отдельной нумерации столбцов и отдельный столбец для нумерации строк. Такой прием позволяет сохранить принятый порядок следования уравнений системы, что улучшает наглядность использования формул симплекс-преобразований.

Результат преобразования коэффициентов разрешающей строки путем деления на разрешающий элемент специально представлены отдельно от остальных строк симплекс-таблицы, остающихся неизменными. Этот прием на наш взгляд облегчает отслеживание студентами указанных преобразований, из-

бавляя их от необходимости отыскания соответствующей строки среди многих других.

для яких виконуються умова

$$\left[ -\frac{b_i}{a_{ik}} \right] > 0$$

потрібно знайти указані величини і серед них визначити мінімальне значення

$$\min \left( -\frac{b_i}{a_{ik}} \right),$$

де через  $a_{ik}, b_i$

позначено відповідно коефіцієнти перед змінною, що збільшується та вільні члени.

Наочна схема обчислення для визначення розв'язувального рядка:

$x_5 = 196 - \frac{98}{39}x_8 = 0 \rightarrow$	$\begin{bmatrix} b_1 = 196 \\ a_{1,2} = \frac{-98}{39} \end{bmatrix}$	$\rightarrow x_8 = -\frac{b_1}{a_{1,2}} = 78$
$x_2 = 11 + \frac{1}{39}x_8 = 0 \rightarrow$	$\begin{bmatrix} b_2 = 11 \\ a_{2,2} = \frac{1}{39} \end{bmatrix}$	$\rightarrow x_8 = -\frac{b_2}{a_{2,2}} = -429$
$x_6 = 75 - \frac{1}{13}x_8 = 0 \rightarrow$	$\begin{bmatrix} b_3 = \\ a_{3,2} = \end{bmatrix}$	$\rightarrow x_8 = -\frac{b_3}{a_{3,2}} =$
$x_4 = 2 + \frac{10}{39}x_8 = 0 \rightarrow$	$\begin{bmatrix} b_4 = 2 \\ a_{4,2} = \frac{10}{39} \end{bmatrix}$	$\rightarrow x_8 = -\frac{b_4}{a_{4,2}} = \frac{-39}{5}$
$x_1 = 20 - \frac{3}{13}x_8 = 0 \rightarrow$	$\begin{bmatrix} b_5 = 20 \\ a_{5,2} = \frac{-3}{13} \end{bmatrix}$	$\rightarrow x_8 = -\frac{b_5}{a_{5,2}} = \frac{260}{3}$
$x_3 = 35 - \frac{7}{39}x_8 = 0 \rightarrow$	$\begin{bmatrix} b_6 = 35 \\ a_{6,2} = \frac{-7}{39} \end{bmatrix}$	$\rightarrow x_8 = -\frac{b_6}{a_{6,2}} = 195$

Шукана умова мінімальності справджується для рядка, в якому міститься базисна змінна  $x_5$ ,  
 отже, цей рядок № 1 є розв'язувальним.

Розв'язувальним елементом є коефіцієнт, який знаходиться в розв'язувальному рядку перед вільною змінною, яку ми вводитимемо в базис, тобто змінною  $x_8$ .

В нашому випадку розв'язувальний елемент дорівнює  $-98/39$ .

Рис. 4. — Третий шаг решения учебной задачи — определение базисной переменной, которую необходимо вывести из базиса.

На этом шаге студенту предлагается заполнить ячейки в первом столбце.

Дальнейшим шагом является представление всей симплекс-таблицы вместе с преобразованной разрешающей строкой, что необходимо для выполнения наиболее трудоемкого шага — симплекс-преобразования всех уравнений системы, за исключением того, которое находится в разрешающих строке.

Для удобства и лучшего понимания студентами сущности осуществляемых преобразований приведены соответствующие формулы для вычисления коэффициентов и свободных членов, а также пример их применения (Рис. 9).

Заданий загальний розв'язок разом із вираженням цільової функції запишемо у наступному вигляді:

$$\begin{cases} x_5 = -\frac{37}{39}x_7 - \frac{98}{39}x_8 + 196 \\ x_2 = -\frac{4}{39}x_7 + \frac{1}{39}x_8 + 11 \\ x_4 = -\frac{9}{13}x_7 - \frac{1}{13}x_8 + 75 \\ x_6 = -\frac{1}{39}x_7 + \frac{10}{39}x_8 + 2 \\ x_1 = -\frac{1}{13}x_7 - \frac{3}{13}x_8 + 20 \\ x_3 = -\frac{11}{39}x_7 - \frac{7}{39}x_8 + 35 \\ z = \frac{121}{39}x_7 + \frac{194}{39}x_8 - 603 \end{cases}$$

і для покращення наочності подальших перетворень подамо ці рівняння у схематичному вигляді:

Рис. 5. — Наглядная форма записи общего решения системы линейных алгебраических уравнений.

	Базисні		змінні				Ціл. функц.	Вільні змінні		Вільн. чл.
	$x_5$	$x_2$	$x_4$	$x_6$	$x_1$	$x_3$	$z$	$x_7$	$x_8$	$b$
	Стовп. 1	Стовп. 2	Стовп. 3	Стовп. 4	Стовп. 5	Стовп. 6	Стовп. 7	Стовп. 8	Стовп. 9	Стовп. 10
рядок 1	1	0	0	0	0	0	0	$-\frac{37}{39}$	$-\frac{98}{39}$	196
рядок 2	0	1	0	0	0	0	0	$-\frac{4}{39}$	$\frac{1}{39}$	11
рядок 3	0	0	1	0	0	0	0	$-\frac{9}{13}$	$-\frac{1}{13}$	75
рядок 4	0	0	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{39}$	$\frac{10}{39}$	2
рядок 5	0	0	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{13}$	$-\frac{3}{13}$	20
рядок 6	0	0	0	0	0	1	0	$-\frac{11}{39}$	$-\frac{7}{39}$	35
рядок 7	0	0	0	0	0	0	1	$\frac{121}{39}$	$\frac{194}{39}$	-603

Як видно, змінна  $x_5$ , яку ми вводимо в базис, знаходиться в стовпці № 9, отже, цей стовпець є розв'язувальним. Нагадаємо, що в цьому прикладі розв'язувальним є рядок № 1.

Рис. 6. — Схематическая форма записи общего решения системы линейных алгебраических уравнений в виде симплекс-таблицы.

Этот шаг важен для освещения внутрипредметных связей. С реализацией внутрипредметных связей тесно связана проблема преемственности в преподавании высшей математики [7– 9].

Автором [9] отмечается, что процесс обучения в теории И. Ф. Гербарта (1776–1841) обязательно проходит через углубление в изученный материал (углубление) и углубление учащегося в самого себя (осознание).

Сутність симплексного перетворення полягає у тому, що із рівняння, що знаходиться у розв'язувальному рядку, змінна, яку необхідно ввести в базис, виражається через інші змінні та цей вираз підставляється замість цієї змінної в праві частини усіх інших рівнянь. Такі перетворення здійснюються за формулами Жордана-Гаусса. Формально потрібно виконати наступні дії.

1. Ділимо всі коефіцієнти та вільний член розв'язувального рядка на розв'язувальний елемент  $a_{1,9} = -\frac{98}{39}$ .

В результаті коефіцієнти цього рядка буде змінено

	Базисні змінні						Ціл. функц.	Вільні змінні			Вільн. чл.
	$x_5$	$x_2$	$x_4$	$x_6$	$x_1$	$x_3$	$z$	$x_7$	$x_8$	$b$	
	Стовп. 1	Стовп. 2	Стовп. 3	Стовп. 4	Стовп. 5	Стовп. 6	Стовп. 7	Стовп. 8	Стовп. 9	Стовп. 10	
рядок 1		0	0	0	0	0	0	$\frac{37}{98}$	1	-78	

Загальна схема набуде вигляду:

Рис. 7. — Четвертый шаг решения учебной задачи.

	Базисні змінні						Ціл. функц.	Вільні змінні			Вільн. чл.
	$x_5$	$x_2$	$x_4$	$x_6$	$x_1$	$x_3$	$z$	$x_7$	$x_8$	$b$	
	Стовп. 1	Стовп. 2	Стовп. 3	Стовп. 4	Стовп. 5	Стовп. 6	Стовп. 7	Стовп. 8	Стовп. 9	Стовп. 10	
рядок 1		0	0	0	0	0	0	$\frac{37}{98}$	1	-78	
рядок 2	0	1	0	0	0	0	0	$-\frac{4}{39}$	$\frac{1}{39}$	11	
рядок 3	0	0	1	0	0	0	0	$-\frac{9}{13}$	$-\frac{1}{13}$	75	
рядок 4	0	0	0	1	0	0	0	$-\frac{1}{39}$	$\frac{10}{39}$	2	
рядок 5	0	0	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{13}$	$-\frac{3}{13}$	20	
рядок 6	0	0	0	0	0	1	0	$-\frac{11}{39}$	$-\frac{7}{39}$	35	
рядок 7	0	0	0	0	0	0	1	$\frac{121}{39}$	$\frac{194}{39}$	-603	

2. Здійснюємо обчислення коефіцієнтів та вільних членів в усіх рядках, крім розв'язувального, за наступними формулами

$$a_{k,i}' = a_{k,i} - a_{k,j} a_{i,j}$$

$$b_k' = b_k - a_{k,j} b_j \quad k \neq i$$

де  $i, j$  — відповідно номери розв'язувальних рядка та стовпця,  $i = 1, j = 9$

Рис. 8. — Вигляд симплекс-таблиці, що підготовлена до симплекс-перетворення.



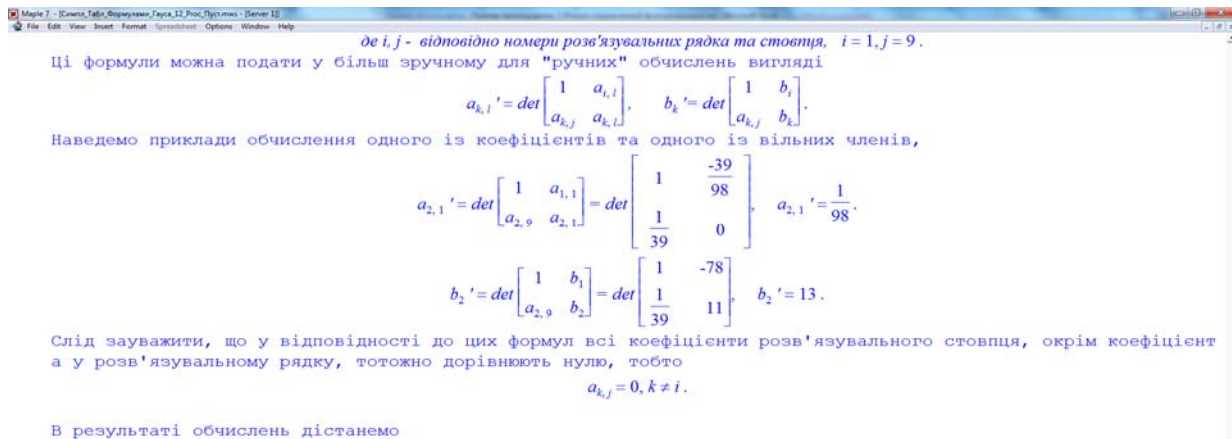


Рис. 9. — Формулы метода Гаусса и примеры их применения.

Большого искусства и вдумчивости требует создание условий для реализации углубления и осознания, для всего предстоящего должна быть подготовлена почва, так, например, почву для математики подготавливает азбука зрительного восприятия. «Таким образом, в развитии идеи преемственности возникла очень важная линия, заключающаяся в том, что из внешнего регулируемого процесса, целиком зависящего от деятельности педагога, преемственность становится внутренним процессом развития, который, в конечном счете, должен завершиться самоуглублением, саморазвитием, самодвижением» [9].

Зрительное восприятие формул Гаусса с примером их использования по отношению к несколько иной форме записи систем линейных уравнений, в сравнении с тем как это традиционно выполняется в разделе линейной алгебры курса высшей математики для студентов экономических и технических специальностей ВУЗ, и является одним из ключевых «кирпичиков» подготовки почвы для реализации: ясности; ассоциаций между новыми понятиями и представлениями и старыми, уже твердо установившимися; систематичности и последовательности в обучении.

Дидактические принципы систематичности и последовательности обучения предусматривают опору на пройденное при изучении нового материала, рассмотрение нового материала частями, фиксирование внимания учащихся на узловых вопросах, систематическое повторение учебного материала [10].

Процесс познания (умственная деятельность субъекта познания) также носит системный характер. Составными компонентами этой системы являются психические процессы, связи между которыми (ассоциации) заключаются в том, что появление одного из этих психических процессов вызывает появление другого (ассоциации по сходству, по отличию, по смежности). Эти связи могут быть установлены либо в рамках одного предмета (внутрипредметные связи), или в рамках системы различных предметов (межпредметные связи) [11].

В работе [12] отмечается, что в процессе создания учебной среды, предназначенной для раскрытия творческих качеств личности, следует выделить блок

выработки интегративности мышления одной из составляющих которого является установление внутрипредметных связей.

По нашему мнению формулы для вычисления коэффициентов и свободных членов в соответствии с методом Гаусса вместе с примером их применения необходимо предоставлять вместе с таблицами, преобразуемыми по этим формулам. Это способствует лучшему осознанию студентами связей между основными теоретическими аспектами симплекс-метода и способом решения системы линейных алгебраических уравнений. Этим обеспечивается опора на пройденное при изучении нового материала и повторение ранее изученного учебного материала, что способствует более глубокому его пониманию и закреплению.

Трудоемкость данного шага связана с необходимостью многократного вычисления определителей второго порядка. Новый тип рассматриваемой учебной задачи избавляет студентов от необходимости проведения подобных ручных вычислений. Задача студента сводится только к заполнению пустых клеток, т.е. к вычислению значительно меньшего числа коэффициентов. Конечно, число пустых клеток можно уменьшать или увеличивать. Преподаватель имеет возможность подбирать оптимальные параметры не только по числу пустых клеток, но и по детальности и сущности сопровождающих текстовых комментариев.

Спроектированная учебная задача не только избавляет студентов от необходимости проведения громоздких несвойственных им ручных вычислений и записей, но и создает предпосылки для индивидуализации и дифференциации обучения.

	Базисні			змінні			Ціл. функц.	Вільні змінні		Вільн. чл.
	$x_5$	$x_2$	$x_4$	$x_6$	$x_1$	$x_3$	$z$	$x_7$	$x_8$	$b$
	Стовп. 1	Стовп. 2	Стовп. 3	Стовп. 4	Стовп. 5	Стовп. 6	Стовп. 7	Стовп. 8	Стовп. 9	Стовп. 10
рядок 1		0	0	0	0	0	0	$\frac{37}{98}$	1	-78
рядок 2	$\frac{1}{98}$	1	0	0	0	0	0	$-\frac{11}{98}$	0	13
рядок 3		0	1	0	0	0	0		0	69
рядок 4	$\frac{5}{49}$	0		1	0	0	0	$-\frac{6}{49}$	0	
рядок 5	$-\frac{9}{98}$	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{98}$	0	2
рядок 6	$-\frac{1}{14}$	0	0	0	0		0	$-\frac{3}{14}$	0	21
рядок 7	$\frac{97}{49}$	0	0	0	0	0	1		0	-215

3. Міняємо місцями стовпці, що відповідають змінним, які виводимо із вільних та із базисних. Оскільки указані стовпці знаходяться в різних частинах рівностей, то змінюємо знаки перед коефіцієнтами.  
В цьому випадку міняємо місцями стовпці, що відповідають змінним  $x_3$  та  $x_8$ .

Множимо всі коефіцієнти та вільний член розв'язувального рядка (рядок № 1) на -1.

Рис. 10. — Вид симплекс-таблицы после преобразований по формулам метода Гаусса.

В педагогических исследованиях большинство авторов под индивидуализацией обучения понимают организацию учебного процесса, при которой учитываются не только психологические особенности учащихся, но и уровень их знаний, самостоятельности при решении познавательных задач. Индивидуализация обучения при этом предполагает учет особенностей физического, умственного, нравственного развития учащихся; характера мотивации учебной деятельности; характера воздействий среды на ученика в классе. [13] В современной дидактике дифференциация обучения трактуется как дидактический принцип обучения, согласно которому для повышения эффективности создается комплекс дидактических условий, учитывающий типологические особенности учащихся (их интересы, способности, обучаемость, работоспособность и т.д.), в соответствии с которыми отбираются и дифференцируются цели, содержание образования, формы и методы обучения [13].

Часть студентов с высоким уровнем теоретической и практической подготовки способны заполнить требуемые ячейки без дополнительных усилий. Другие студенты могут проанализировать не только пример применения формул метода Гаусса, но и проверить свои знания самостоятельным вычислением коэффициентов и сравнением их с приведенными в таблице. Только после того, как студент удостоверится в правильности своих действий, он может приступить к выполнению своего задания — заполнению пропущенных значений.

Следующим шагом решения учебной задачи является перенос новой базисной переменной  $x_8$  из правых частей уравнений в левые части, а новой свободной переменной  $x_5$  — из левых частей в правые. Студенты должны осознавать, что получена новая форма одного и того же общего решения системы линейных алгебраических уравнений. Эта форма не только предоставляет удобный и легкий способ получения нового опорного решения, но и необходима для проверки его оптимальности.

	Базисні змінні		змінні				Цілі функц.	Вільні змінні		Вільні чл.
	$x_8$	$x_2$	$x_4$	$x_6$	$x_1$	$x_3$	$z$	$x_7$	$x_5$	$b$
	Стовп. 1	Стовп. 2	Стовп. 3	Стовп. 4	Стовп. 5	Стовп. 6	Стовп. 7	Стовп. 8	Стовп. 9	Стовп. 10
рядок 1	1	0	0	0	0	0	0	$-\frac{37}{98}$	$-\frac{39}{98}$	78
рядок 2	0	1	0	0	0	0	0	$-\frac{11}{98}$	$-\frac{1}{98}$	13
рядок 3	0	0	1	0	0	0	0	$-\frac{65}{98}$	$\frac{3}{98}$	69
рядок 4	0	0	0	1	0	0	0	$-\frac{6}{49}$	$-\frac{5}{49}$	22
рядок 5	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{98}$	$\frac{9}{98}$	2
рядок 6	0	0	0	0	0	1	0	$-\frac{3}{14}$	$\frac{1}{14}$	21
рядок 7	0	0	0	0	0	0	1	$\frac{60}{49}$	$-\frac{97}{49}$	-215

Отриманий схематичний запис відповідає наступній системі рівнянь:

$$\begin{cases} x_8 = -\frac{37}{98}x_7 - \frac{39}{98}x_5 + 78 \\ x_2 = -\frac{11}{98}x_7 - \frac{1}{98}x_5 + 13 \end{cases}$$

Рис. 11. — Окончательный вид симплекс-таблицы после симплекс-преобразований.

Решение учебной задачи завершается наглядным представлением новой формы общего решения СЛАУ и выражением целевой функции через новые свободные переменные.

Отметим, что студент сам может выполнить проверку правильности выполненных им вычислений воспользовавшись соответствующей процедурой УМТ, в которой отражен весь ход решения данной учебной задачи и отсутствуют пропущенные значения. Предоставление студентам такой возможности мы считаем учетом сформулированного нами дидактического принципа обеспечения студента современными средствами проведения самопроверки правильности выполнения им всех ключевых шагов учебной

$$\begin{cases} x_8 = -\frac{37}{98}x_7 - \frac{39}{98}x_5 + 78 \\ x_2 = -\frac{11}{98}x_7 - \frac{1}{98}x_5 + 13 \\ x_4 = -\frac{65}{98}x_7 + \frac{3}{98}x_5 + 69 \\ x_6 = -\frac{6}{49}x_7 - \frac{5}{49}x_5 + 22 \\ x_1 = \frac{1}{98}x_7 + \frac{9}{98}x_5 + 2 \\ x_3 = -\frac{3}{14}x_7 + \frac{1}{14}x_5 + 21 \end{cases}$$

та вираженню цільової функції через нові вільні змінні:

$$z = \frac{60}{49}x_7 - \frac{97}{49}x_5 - 215$$

Покладемо вільні змінні рівними нулю та отримаємо поточний опорний розв'язок  
 $[x_1 = 2, x_2 = 13, x_3 = 21, x_4 = 69, x_5 = 0, x_6 = 22, x_7 = 0, x_8 = 78]$ ,  
 а також відповідні значення цільової функції

$$z = -215.$$

Рис. 12. — Наглядное представление конечного ответа учебной задачи.

Конечный ответ текущей учебной задачи можно использовать в качестве исходных данных и с помощью УМТ перейти к следующему опорному решению. Таким образом легко получить весь ход решения типовой ЗЛП нахождение оптимального решения.

В данном случае для полученных исходных данных конечный ответ, который является результатом применения УМТ имеет следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} x_8 = -\frac{11}{21}x_5 + \frac{37}{21}x_3 + 41 \\ x_2 = -\frac{1}{21}x_5 + \frac{11}{21}x_3 + 2 \\ x_4 = -\frac{4}{21}x_5 + \frac{65}{21}x_3 + 4 \\ x_6 = -\frac{1}{7}x_5 + \frac{4}{7}x_3 + 10 \\ x_1 = \frac{2}{21}x_5 - \frac{1}{21}x_3 + 3 \\ x_7 = \frac{1}{3}x_5 - \frac{14}{3}x_3 + 98 \\ z = -\frac{11}{7}x_5 - \frac{40}{7}x_3 - 95 \end{array} \right.$$

Для более глубокого осознания идеологии симплекс-метода, студент может воспользоваться соответствующим УМТ для осуществления различного рода экспериментов. Например, можно осуществить переход к следующему опорному решению и в случае когда полученное решение удовлетворяет условиям оптимальности. Если последние данные использовать в качестве исходных для указанной процедуры и задать в качестве увеличиваемой - переменную  $x_3$ , это будет означать возвращение к предыдущему опорному решению. Задание в качестве увеличиваемой — переменной  $x_5$  соответствует переходу к новому опорному решению.

Спроектированная учебная задача является элементом новой компьютерно-ориентированной методической системы обучения, внедрение которой, по нашему мнению, полностью соответствует принципам постепенного и неантагонистического, без разрушительных перестроек и реформ, встраивания информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в действующие дидактические системы, гармоничного сочетания традиционных и компьютерно-ориентированных технологий обучения, не отрицания и отбрасывания достижений педагогической науки прошлого, а, наоборот, их совершенствования и усиления, том числе и за счет использования достижений в развитии компьютерной техники [2]. Использование компьютера данным способом, на наш взгляд, является педагогически взвешенным и целесообразным, основанным на гармоничном сочетании методических достижений прошлого и современных ИКТ.

Предложенная учебная задача освобождает от выполнения рутинных примитивных операций не только студентов, но и преподавателей. В новых условиях преподаватель избавлен от необходимости проведения значительного объема работ по проверке громоздких арифметических вычислений. Авторами [4] отмечается, что современные тенденции внедрения ИКТ заключаются во все большем освобождении преподавателя от ряда дидактических функций, в частности, от функции контроля. В результате увеличивается время на совместную творческую деятельность преподавателей и студентов, кардинально меняется роль преподавателя и расширяются его возможности по управлению познавательной деятельностью студентов, что приводит к изменению качественных характеристик учебной деятельности. Ученый И. Архангельский подчеркивает, что меняется сущность преподавательского труда который приобретает консультационно-творческий характер [14]. Вместе с тем, передача компьютеру все новых дидактических функций, касающихся различных сторон учебной деятельности влечет за собой повышение требований к компьютерной подготовке преподавателя.

Информатизация учебного процесса способствует появлению возможностей значительной интенсификации общения учителя и учащихся, более полного раскрытия их творческого потенциала, учета индивидуальных склонностей, способностей и развития субъектов обучения, дифференциации обучения в соответствии с индивидуальными особенностями, преодоление отречения субъектов учебной деятельности от самой учебной деятельности и друг от друга, предоставление ребенку и учителю всех возможностей для решения познавательных, творческих проблем за счет их освобождения от необходимости выполнения рутинных, технических операций. Интенсифицируется и управление учебно-познавательной деятельностью субъектов обучения, поскольку существенно увеличивается количество различных ситуаций, требующих вмешательства учителя, происходит интенсификация обратных связей с учениками. Именно поэтому роль учителя не только не уменьшается, а наоборот, существенно возрастает. Все это в значительной мере способствует решению проблем гуманизации учебного процесса [2].

Компьютеризация носит гуманистический характер там, где она выступает как автоматизация умственного труда, которая изменяет соотношение в нем рутинных и творческих процессов [15]. В этой же работе утверждается, что в рамках учебного расписания компьютеры эффективно можно использовать только при проведении контрольных и лабораторных работ. К тому же под компьютеризацией образования автор указанной работы понимает фактически только компьютеризацию самостоятельной работы учащихся. Мы не разделяем этой точки зрения, однако согласны с автором в том, что компьютеризация образования должна обеспечить изменение соотношения рутинных и творческих процессов в учебной деятельности.

Таким образом, предложенная в данной работе учебная задача по линейному программированию в условиях использования СКМ спроектирована в соответствии со следующими дидактическими принципами:

1. Принципы систематичности и последовательности обучения.
2. Принцип постепенного и неантагонистического встраивания ИКТ в действующие дидактические системы.
3. Принцип компьютерной поддержки. В соответствии с этим принципом студенты при решении рассматриваемой учебной задачи избавлены от необходимости проведения рутинных громоздких вычислений и записей и имеют возможность сконцентрироваться на теоретических и практических аспектах изучаемого метода.
4. Принцип наглядности. Ход решения освещается не только схематически значениями коэффициентов и свободных членов системы линейных уравнений и целевой функции, расположенных в отдельных ячейках симплекс-таблиц, но и в традиционном виде записи общих и частных решений систем линейных уравнений. Это дает возможность наглядно воспринимать информацию, способствует более легкому ее усвоению и закреплению в сознании.
5. Принцип обеспечения внутрипредметных связей. Студенты имеют возможность не только восстановить, но и углубить и укрепить свои знания, умения и навыки, связанные с фундаментальными понятиями систем линейных уравнений.
6. Принцип дифференциации и индивидуализации - каждый студент сам определяет какие действия и в каком количестве ему необходимо воспроизвести, для того, чтобы понять сущность преобразований на текущем шаге хода решения учебной задачи.
7. Принцип обеспечения гуманизации учебного процесса, который проявляется в существенном изменении соотношения рутинных действий и творческих процессов в пользу последних.
8. Принцип обеспечения студента средствами проведения самопроверки правильности выполнения им всех ключевых шагов учебной задачи, а не только конечного ответа.

Результаты экспериментальной проверки использования рассмотренной учебной задачи показали заметное улучшение качества базовой подготовки будущих менеджеров-администраторов, что является залогом их дальнейшего успешного обучения и профессиональной деятельности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зими́на О.В. Инженерное образование в компьютеризированном обществе : новые ориентиры / О. В. Зими́на, А. И. Кириллов // Проблемы теории и методики обучения. — 2003. — № 7. — С. 68-71.

2. Жалдак М. І. Використання комп'ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим і доцільним / М. І. Жалдак // Комп'ютер у школі та сім'ї. — 2011.— № 3. — С. 3–12.
3. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин ; ред. В. В. Давыдов, В. П. Зинченко; акад. педагогических наук СССР. — М. : Педагогика, 1989. — 560 с.
4. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків: монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця: ВНТУ, 2013. — 236 с.
5. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н. Леонтьев. - М.: Политическая литература, 1975. - 304 с.
6. С.Г. Афанасьева, В.Н. Михелькевич Методологические принципы и приемы наглядно-модельного обучения студентов высшей математике / С.Г. Афанасьева, В.Н. Михелькевич // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: психолого-педагогические науки. — 2007. — № 2. — С. 9-15.
7. Клена Л.И. О преемственности преподавания математики в вузе/ Л. И. Клена, В. И. Клена /Тезисы докладов XVII Международной конференции "Математика. Компьютер. Образование". 2010 Режим доступа: <http://www.mce.su/rus/archive/abstracts/mce17/doc62753/>. – Дата доступа : 12.112013.
8. Колесник Т.В. Про реалізацію принципу наступності у системі неперервної математичної освіти / Т.В. Колесник // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – К.:НПУ імені М.П. Драгоманова, 2012. – № 10. – С. 182-188. Режим доступа: <http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/2914/>. – Дата доступа : 12.112013.
9. Сманцер, А. П. Теория и практика реализации преемственности в обучении школьников и студентов [Электронный ресурс] / А. П. Сманцер. – Минск: БГУ, 2011. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/27750>. – Дата доступа : 12.112013.
10. Фіцула М. М. Педагогіка / М. М. Фіцула / [вид. 2-ге, випр., доповн.]. – —К. : Академвидав, 2006. — 560 с.
11. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Г. О. Михалін. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 320 с.
12. Чашечникова О. С. Створення творчого середовища у процесі навчання математики з метою формування в учнів готовності до творчості / О. С. Чашечникова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. — Вип. 24. — Донецьк: Вид. ДонНУ, 2005. — С. 169-174.
13. Хатунцева С.М. Суть і зміст індивідуалізації та диференціації навчання в психолого-педагогічній літературі / С.М. Хатунцева // Педагогіка формування творчої особистості у вищій та загальноосвітній школах. – 2011. – Випуск 21 (74). – с. 185-191.
14. Архангельский С. И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / С. И. Архангельский. — М. : Высш. шк., 1980. — 368 с.
15. Жарова Н. Р. Компьютеризация самостоятельных учебных занятий : методика «студент + компьютер» на примере курса по выбору студента / Н. Р. Жарова // Инновационные педагогические технологии : сб. науч. тр. — Нижневартовск : Изд-во Нижневарт. гуманит. ун-та, 2009.— с.68-74.