

В. М. ГАЛЫНСКИЙ

кандидат физико-математических наук

Н. К. КИСЕЛЬ

кандидат философских наук, доцент

Ю. В. ПОЗНЯК

кандидат физико-математических наук, доцент

В. В. САМОХВАЛ

доктор химических наук, доцент

Г. Г. ШВАРКОВА

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДЛЯ ИННОВАЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРАКТИК

В работе показана необходимость использования современных компьютерных математических систем (КМС) в образовательных практиках. Утверждается, что умение работать хотя бы с одной из современных КМС должно стать неотъемлемой составляющей математической культуры современного выпускника, признаком его профессиональной пригодности. Использование же КМС в образовательном процессе позволяет решать принципиально новые дидактические задачи, создает предпосылки для внедрения инноваций, обновления содержания математических дисциплин и изменения отношения студентов к их изучению. Приведено описание свободно распространяемых КМС и возможности их применения в университетском математическом и естественнонаучном образовании.

В условиях разворачивающейся информационно-компьютерной революции и информатизации общества для системы высшего образования особую актуальность приобретает проблема формирования математической культуры студентов математических и естественнонаучных специальностей. В этом процессе особое место сегодня принадлежит бурно развивающимся информационно-компьютерным технологиям (ИКТ), последовательно перестраивающим всю систему онтологических оснований развития культуры личности [1].

Компьютеризация и информатизация образования сегодня отнюдь не являются внешними приметами повышения качества образовательного процесса. За ними видится смена педагогической парадигмы, переход к инновационному типу образовательных практик посредством организации более эффективной познавательной деятельности обучающихся. Использование современных компьютерных технологий знаменует собой смену парадигмальной рациональности в образовании на деятельностную или мыследеятельностную. Проникновение ИКТ в социальные практики человека, использующего математический аппарат в своей деятельности, происходит, главным

образом, посредством компьютерных математических систем (КМС). Благодаря им повышается роль математического инструментария и этим самым предоставляется больше возможностей для качественного математического анализа решаемых проблем. Это, в свою очередь, придает аксиологическим компонентам математической культуры личности [2] большую научную фундированность, повышая этим самым ценность научных теорий как таковых.

Необходимость использования ИКТ в образовании диктуется несколькими обстоятельствами. К ним, прежде всего, следует отнести фундаментальные цивилизационные изменения последней трети XX века, поставившие на повестку дня вопрос о переходе к новой стратегии развития общества на основе знаний и перспективных высокоэффективных технологий. Приоритетное развитие призваны получить информационные технологии, играющие роль катализатора как научно-технического, так и социально-экономического развития общества.

В свою очередь динамичное социальное развитие обнаруживает увеличивающийся разрыв между сложностью и новизной возникающих задач, с одной стороны, и приемами и методами их решения, выработанными в прошлом, с другой стороны. Это обстоятельство предъявляет определенные требования к формированию новой модели образования, призванной научить студента самостоятельно приобретать и актуализировать знания и обеспечивающей сочетание достаточно обширной общеобразовательной подготовки с возможностью глубокого постижения специальных дисциплин. Решению этой проблемы, в частности, призвано способствовать использование ИКТ в образовании, знаменующее собой подлинный технологический прорыв в методологии, организации и реализации образовательных практик.

Компьютерные математические системы с интеллектуальным ядром, претерпевающие в настоящее время процесс интенсивного развития, являются важным фактором повышения качества математических образовательных практик.

Широкое использование КМС неразрывно связано с развертыванием современной информационно-компьютерной революции. К моменту ее начала и появления электронных вычислительных машин технология математических расчетов стояла уже на достаточно высоком уровне. Центром этой технологии был мозг человека, выполняющий функции двух основных компонентов ЭВМ — оперативного запоминающего устройства и арифметико-логического устройства. Характеристики арифметико-логического устройства — скорость умственного счета и богатство ассортимента выполняемых операций — определяются как природными способностями, так и, в значительной степени, развиваемыми навыками и специальными приемами. Оперативное запоминающее устройство является быстродействующей памятью, и, соответственно, его параметры характеризуются допусаемым количеством запоминаемой информации, а также скоростью «записи» и «считывания». Если вычисления становятся громоздкими и «не укладываются в голове», то человек пользуется ручкой и бумагой. Следующий шаг в развитии средств

автоматизации расчетов — это создание программ, позволяющих производить символьные (аналитические) математические преобразования. Это фактически позволяет человеку в его интеллектуальной деятельности моделировать в реальном времени, не говоря уже об увеличении производительности.

Появление упомянутого выше компьютерного инструментария открыло необозримые возможности математического моделирования и компьютерного эксперимента с использованием методов и средств глубокого взаимодействия человека с моделями, к которым относятся КМС [3—11].

Сущностью математического моделирования на основе КМС является реализация технологий программирования и применения КМС. Технология применения КМС включает абстрагирование объекта исследования, представление математической модели на входном языке и описание задания для выполнения аналитических преобразований и численных расчетов, подготовку и ввод исходных данных, отображение результатов, их предварительную обработку и диагностику ошибок, анализ результатов и принятие решения о дальнейшем планировании компьютерного эксперимента, включая изменение входных данных, математических моделей, алгоритмов.

Вышесказанное позволяет рассматривать программное обеспечение на основе КМС как главное средство математического моделирования и его «форму существования» на нынешнем этапе развития ИКТ. Следовательно, возникает необходимость фундаментального образования на базе КМС с глубокой проработкой методологии использования КМС для различных специальностей [12].

Для обработки информации с использованием КМС выпускники высших учебных заведений не только должны иметь высокую квалификацию по соответствующей специальности, но и уметь формулировать математические модели различных процессов, а самое главное — они должны уметь грамотно и оперативно провести интеллектуальный анализ данных, что в современных условиях невозможно осуществить без КМС. Следовательно, умение работать хотя бы в одной КМС должно быть неотъемлемой составляющей математической культуры современного выпускника, признаком его профессиональной пригодности.

К настоящему времени вузы в большинстве своем имеют достаточную компьютерную базу, что создает необходимые условия для перехода к использованию инновационного, предметно-ориентированного, прикладного программного обеспечения на базе КМС в виде компьютерных учебно-методических комплексов, а также их составляющих. В образовательной области они помогают не только интенсифицировать процесс освоения конкретной математической дисциплины, но и служат основой для дальнейшей профессиональной деятельности и самосовершенствования, когда изучаемые компьютерные программные средства выполняют роль помощника в познавательном процессе, реально поддерживают образовательные практики при конкретизации теоретических положений, фундируют создание профессиональных программно-технических средств автоматизации, в частности, в на-

учно-производственных областях, приборостроении, нанотехнологиях, энерго-сбережении и др. В прикладном программном обеспечении на базе КМС легко могут быть реализованы следующие дидактические требования:

- ▶ обеспечение каждому студенту оптимальной индивидуальной образовательной программы осуществления образовательных практик;
- ▶ оперативное обновление содержания учебной дисциплины с обогащением предметного знания и корректировка учебной программы дисциплины;
- ▶ оптимизация соотношения теоретической и практической подготовки студентов;
- ▶ сокращение психической и физиологической нагрузки студентов.

Фундируемая КМС дидактика создает предпосылки внедрения инноваций в образовательный процесс. Использование компьютерных сетей и электронных образовательных сред предполагает выработку нестандартных образовательных практик как при изучении математических дисциплин, так и в междисциплинарном пространстве образовательного процесса. Насыщенное использование КМС в образовательных практиках ведет к изменениям не только содержания математических дисциплин, но и отношения студентов к их изучению. При этом четко прослеживаются инновационная роль КМС, заключающаяся в следующем:

- ▶ благодаря сокращению количества рутинных преобразований расширяется спектр традиционных задач для самостоятельного решения;
- ▶ создаются предпосылки для разработки нового типа задач, которые невозможно решить без применения КМС;
- ▶ исследуются более сложные модели реальных процессов, так как громоздкие вычисления переданы КМС;
- ▶ студенты легко преодолевают психологический барьер при осуществлении громоздких выкладок и приобретают уверенность в символьных преобразованиях;
- ▶ прививается вкус к рефлексии в интеллектуальных практиках;
- ▶ совершенствуются и создаются методики преподавания учебных дисциплин на основе дидактики, фундируемой КМС.

Кратко опишем системы компьютерной математики с привлечением установившейся к настоящему времени терминологии. Это продиктовано тем, что количество публикаций, посвященных образовательным практикам с применением КМС, увеличивается. А поскольку концептуальный аппарат является конституирующим началом науки, то он играет большую роль в процессе формирования математической культуры личности в целом, в частности, с использованием ИКТ.

В этой связи на повестку дня выдвигается проблема классификации систем КМС. На наш взгляд, КМС можно условно разделить на два класса. К первому следует отнести системы с интеллектуальным ядром и эксплицированной идеологией символьных преобразований (например, Mathematica, Maple, MuPAD, Reduce, Derive, Magma, Axiom, Maxima). Второй класс включает

разнообразные системы, специализирующиеся на прикладных вычислениях в различных областях научного исследования: MathCAD, MATLAB, TK Solver, Nspire, LiveMath.

С точки зрения доступности информации КМС реализуют все возможности доступа, предлагаемые ИКТ на сегодняшний день: локальные (использование ресурса рабочей станции), удаленные (использование сервера/кластера в локальной или глобальной сети). Ряд КМС с удаленным доступом могут осуществлять работу с пользователем с помощью html-страниц через браузеры (например, Web-Mathematica, Geogebra). Это может быть осуществлено просто через запуск любых команд в браузере, либо через программирование специальных апплетов (небольших программ, java-скриптов). Такие КМС можно встраивать и использовать совместно с системами дистанционного обучения (СДО).

Основываясь на виде лицензии КМС, выделяют коммерческие (Mathematica, Maple, MathCad и др.) и свободно распространяемые продукты (Axiom, Maxima, Mathomatic, Octave и др.) [13]. На последних стоит остановить внимание, поскольку круг их пользователей существенно ограничен, хотя для ряда сложных математических задач (например, решение уравнений, построение и анализ графиков функций, аналитические преобразования и многое другое) возможности, предлагаемые свободно распространяемыми КМС, не хуже, чем у их коммерческих аналогов. В качестве примера свободно распространяемых сегодня можно назвать, на наш взгляд, лучшие из них: Axiom (portal.axiom-developer.org), Maxima (maxima.sourceforge.net), Reduce (www.reduce-algebra.com), GeoGebra (geogebra.org).

Основываясь на области применения, КМС можно разделить на универсальные, которые предоставляют пользователю практически неограниченные возможности, и специализированные, предназначенные для решения конкретных специфических задач.

Таким образом, многообразные КМС, отличаясь друг от друга по целому ряду характеристик, фундируют процессы формирования современной математической культуры личности в различных предметных образовательных средах.

В связи с внедрением ИКТ в образовательные практики значительное место, как в отечественной, так и в зарубежной школах стали занимать принципиально новые (как по формам организации учебной деятельности, так и по своим возможностям) средства и устройства, реализующие возможности ИКТ, цели использования которых определяются задачами информатизации современного общества, а также необходимостью интенсификации процессов интеллектуального развития обучающихся. При организации поддержки образовательных практик с применением КМС выделяется три группы современных средств обучения:

- ▶ локальные компьютерные программы для изучения определенной дисциплины;

- ▶ сетевые интерактивные приложения, а также модули, встраиваемые в системы дистанционного обучения (например, Web-Mathematica или свободно распространяемая GeoGebra);
- ▶ программное обеспечение, разработанное для профессиональной деятельности в соответствующей области знания (например, профессиональные математические системы).

Профессиональными КМС мы называем системы типа Mathematica, Maple VI, MATLAB, Derive, MathCAD и др. Профессиональные КМС — это программы, обладающие средствами выполнения различных численных и аналитических (символьных) расчетов (от простых арифметических вычислений, до решения уравнений с частными производными, решения задач оптимизации, проверки статистических гипотез), средствами конструирования математических моделей и другими инструментами, необходимыми для проведения разнообразных технических расчетов. Все они имеют развитые средства научной графики, удобную справочную систему, а также средства оформления отчетов.

В связи с тем, что коммерческим КМС в отечественной и зарубежной литературе отведено значительное место, рассмотрим ниже специфику и возможности некоторых свободно распространяемых систем. Все эти КМС умеют производить вычисления, символьное интегрирование и дифференцирование, работать с графиками.

КМС *Axiom* развивалась с 1971 года как научный проект *Scratchpad* исследовательского центра имени Томаса Ватсона фирмы IBM. В начале 1990-х годов *Scratchpad* был продан фирме NAG (Numerical Algorithms Group) и переименован в *Axiom*. А в 2002 году NAG выпустила *Axiom* под свободной лицензией типа BSD¹. Строгая математическая типизация *Axiom* уникальна, ничего подобного нет ни в одной другой системе аналитических преобразований. Однако документация доступна только на английском языке. Система продолжает активно развиваться, ее новые релизы выпускаются каждые несколько месяцев, ежегодно проводится семинар, целиком посвященный *Axiom*. Программа интересна, поскольку позволяет проводить символьные преобразования с любыми сложными объектами и не требует длительного изучения языка программирования: все команды встроенного языка *A#* (*A sharp*) интуитивно понятны. Единственное, что ухудшает первое впечатление о программе, так это необходимость работы с ней только через интерфейс командной строки. Но разработаны отдельные интерфейсные программы — визуальные оболочки. Одной из таких оболочек

¹ Лицензия BSD (англ. BSD license) — это лицензионное соглашение, впервые примененное для распространения UNIX-подобных операционных систем BSD. В настоящее время лицензия BSD является одной из самых популярных лицензий для свободного программного обеспечения и используется для многих программ (помимо BSD-версий UNIX, для которых она и была изначально создана).

для Аxiom и для КМС Maxima (о ней см. ниже) является TeXmacs — научный визуальный редактор.

Maxima является одним из потомков программы Macsyma, созданной профессором Вильямом Шелтером (William Schelter) в 1982 году. В 1998 году он получил официальное разрешение Министерства энергетики США на выпуск Maxima под лицензией GPL¹. А начиная с 2001 года Maxima развивается как свободный международный проект. Maxima отлично документирована — объемное справочное руководство описывает все встроенные функции системы. Это руководство интегрировано в программу в виде онлайн-справочника, оснащенного средствами поиска. Руководство уже переведено на несколько языков, и в настоящее время переводится на русский. Maxima успешно работает на всех современных операционных системах: Windows (готовые сборки доступны на сайте проекта), Linux и UNIX, Mac OS и даже на карманных ПК и смартфонах под управлением Windows CE/Mobile. Аxiom и Maxima являются универсальными КМС.

Reduce — ранее коммерческая, а с декабря 2008 года свободно распространяемая универсальная и профессиональная КМС. Система развивалась с 1963 года. Долгое время Reduce был единственной программой для расчетов в теоретической физике (физике высоких энергий и общей теории относительности), поскольку позволял сразу работать с тензорами.

Sage — мощная универсальная КМС, которая покрывает многие области математики (больше возможностей только у коммерческой Mathematica), создана как альтернатива профессиональным коммерческим продуктам. Она предназначена для операционных систем Linux и Mac OS X, а под Windows работает только в VirtualBox. Есть сайт <http://www.sagenb.org>, на котором после регистрации можно работать с Sage в режиме on-line.

GeoGebra — программа для разработки небольших модулей, которые можно вставлять в html-страницу. Код в html странице обрабатывается java-машиной с помощью сервера geogebra.org или локального ядра, настроенного на сервере СДО (что легко можно сделать, например, для одной из самых распространенных свободно распространяемых СДО — Moodle, это было сделано авторами на сайте dl.bsu.by). Возможности программы вполне достаточны для курса школьной математики и высшей математики в вузах. С помощью GeoGebra можно строить всевозможные графики на плоскости, различные фигуры, находить точки пересечения, считать производные, интегралы от элементарных функций и полиномов. КМС поддерживает русский язык. Особо следует отметить интерактивность создаваемых модулей. Обучающийся может менять параметры модели и свойства объектов.

¹ GNU General Public License (Универсальная общедоступная лицензия GNU или Открытое лицензионное соглашение GNU) — наиболее популярная лицензия на свободное программное обеспечение.

Eigenmath — (eigenmath.net) самая маленькая по размеру из всех КМС, но в тоже время многофункциональная, обладает многими возможностями: научный калькулятор, построение двумерных графиков, аналитические преобразования, факторизация, интегрирование и дифференцирование. Также можно производить преобразования с матрицами и комплексными числами. Эту превосходную программу можно рекомендовать студентам и учащимся к использованию в качестве калькулятора.

Franklin Math — небольшая программа с открытым кодом, написанная на Java, поддерживает вычисления и построение графиков (другие возможности заявлены, но пока не реализованы), работает под любой операционной системой. Можно использовать как калькулятор.

Среди преподавателей существует несколько мнений относительно возможности использования КМС в образовательных практиках. Некоторые считают, что использование таких технологий «отучит студентов думать и делать вычисления вручную». Другие используют КМС на лабораторных работах как среду разработки и анализа результатов. И лишь единицы используют весь потенциал современных КМС не только в образовательных практиках, но и при создании современных средств обучения.

Сегодня КМС позволяют преподавателю создать презентацию достаточно сложной модели без изучения специальных языков программирования и больших трудозатрат. КМС можно использовать на занятиях для демонстрации динамики процесса, для ускорения вывода громоздких уравнений (там, где это не существенно, но занимает много времени). Подготовленные материалы легко встраиваются в СДО или просто используются как раздаточный материал к лекции.

Умения и навыки решения задачи «на бумаге», несомненно, должны быть у каждого студента, но в их будущей профессиональной деятельности этого может оказаться недостаточно. Современные, актуальные научные и прикладные задачи используют все более и более сложные модели, требуют для своего решения специализированных программных продуктов, мощных компьютеров (кластеров и суперкомпьютеров). Время задач, которые решались на бумаге с помощью ручки и калькулятора, прошло, они были решены раньше, а практически все современные исследования требуют больших вычислительных мощностей.

Литература

1. Галынский, В. М. Основания развития личности в системе непрерывного образования: структурно-логическая схема / В. М. Галынский, Н. К. Кисель, Ю. В. Позняк [и др.] // Высшая школа. — 2007. — № 4. — С. 40—46.
2. Галынский, В. М. Математическая культура субъекта образовательного процесса: опыт системного анализа / В. М. Галынский, А. С. Гаркун, Н. К. Кисель [и др.] // Образование и педагогическая наука: тр. Нац. ин-та образования. Вып. 1. Модели и концепции / ред. кол. Гуцанович С. А. [и др.]. — Минск: НИО, 2007. — 248 с. — Серия 3: Математическое и естественнонаучное образование. — 29—48 с.

3. Кулешов, А. А. Создание электронных учебников средствами системы *Mathematica* / А. А. Кулешов, С. В. Земсков, Ю. В. Позняк // Труды Четвертой международной конференции «Новые информационные технологии — НИТе — 2000». — Т. 3. — С. 161—166.
 4. Кулешов, А. А. Техническая компьютерная система *Mathematica* и возможности ее использования в образовании / А. А. Кулешов, С. В. Земсков, Ю. В. Позняк // «Матэматыка. Праблемы выкладання.», 2000. — № 3. — С. 118—124.
 5. U. V. Pozniak, G. G. Shvarkova. The organization of the distance education on the base of documents of the system *Mathematica* // Using Technology in Open and Distance Learning. Proc. of the 2 Intern. DETECH Workshop. 13—14 september, 2001, Slovenia. — P. 193—196.
 6. Позняк, Ю. В. Компьютерная математика и новые образовательные технологии / Ю. В. Позняк, А. А. Кулешов, Курлышо А. М. // Информационные сети, системы и технологии. Труды VII Международной конференции ICINASTe-2001. — Т. 3. — С. 154—163.
 7. Позняк, Ю. В. Компьютерные учебно-методические комплексы как инновационное средство интенсификации математического образования / Ю. В. Позняк, А. А. Кулешов // Информатизация обучения математике и информатике: педагогические аспекты: материалы Международной научной конференции, Минск, 25—28 октября 2006 г.
 8. Компьютерная алгебра в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании: тезисы докладов Международной научной конференции. — Минск: БГУ, 1997. — 179 с.
 9. Компьютерная алгебра в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании: труды II Международной научной конференции, Минск, 20—24 сентября 1999 г. — Минск: БГУ, 1999. — 134 с.
 10. Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры: труды международной математической конференции. — Брест, 2001. — 144 с.
 11. Компьютерная математика в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании: тезисы докладов III Международной научной конференции. — Минск: БГУ, 2002. — 92 с.
 12. Галынский, В. М. Роль систем компьютерной математики в формировании математической культуры личности / В. М. Галынский, А. С. Гаркун, Н. К. Кисель [и др.] // Обеспечение качества высшего образования: европейский и белорусский опыт: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Гродно, 28 нояб. — 1 дек. 2007 г. / ГрГУ им Я. Купалы; редкол.: Е. А. Ровба (отв. ред.) [и др.]. — Гродно: ГрГУ, 2008. — 426 с. — С. 275—284.
 13. Галынский, В. М. Свободно распространяемые системы компьютерной алгебры и возможности их применения в образовании / В. М. Галынский // Информатизация обучения математике и информатике: педагогические аспекты = Informatization of teaching mathematics and informatics: pedagogical aspects: материалы междунар. науч. конф., посвящ. 85-летию Белорус. гос. ун-та, Минск, 25—28 окт. 2006 г. / редкол.: И. А. Новик (отв. ред.) [и др.]. — Минск: БГУ, 2006. — 499 с. ISBN 985-485-675-5. С. 63—66.
-