Видно, что при возрастании индукции магнитного поля до 1 Тл модуль накопления магнитореологического композитного материала увеличивается почти в 350 раз, при 300 мТл рост G' достигает насыщения, G'' при этом значении индукции магнитного поля максимален. Далее наблюдается снижение до нуля модуля потерь при 1000 мТл. Электрореологический композиционный материал проявляет похожие тенденции, сохраняя, однако, уменьшающийся после достижения максимума модуль потерь во всем исследуемом диапазоне напряженностей электрического поля – до 3 кВ/мм. Установленные закономерности предоставляют возможность использовать различные механизмы управления виброгашением слоистых конструкций – как за счет диссипативного фактора, связанного с увеличением возрастающей вязкости (иначе, модуля потерь), или при его отсутствии, – за счет увеличения упругих свойств композиционного слоя, и всей конструкции в целом, что позволяет изменить собственные частоты колебаний и выйти из зоны резонанса.

Литература

1. *Вибрация в технике*. М.: Машиностроение, 1995. Т. 6. – 461 с.
2. Zhou G. Y. *Shear Properties of a Magnetorheological Elastomer* // Smart Material and Structures. – 2003. – Vol. 12. – P. 139 – 146.
3. Mikhasev G. I., Botogova M. G., Korobko E. V. *Theory of Thin Adaptive Laminated Shells Based on Magnetorheological Materials and its Application in Problems on Vibration Suppression* // Advanced Structured Materials. – Vol. 15. Shell-like Structures. Non-classical Theories and Applications. – Berlin – Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. – Chapter 48. – P. 727 – 750.
4. Korobko E. V., Mikhasev G. I., Novikova Z. A., Zhurauski M. A. *On Damping Vibrations of Three Layered Beam Containing Magnetorheological Elastomer* // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2012. – Vol. 23, No. 9. – P. 1019 – 1023.

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ ТОНКОСТЕННОГО СТЕРЖНЯ С ПЕРЕМЕННОЙ ПО ДЛИНЕ ЖЕСТКОСТЬЮ

Косых Э. Г.
Белорусский государственный университет транспорта
Кирова, 34, 246050 Гомель, Беларусь
ed-ksykh@ramdler.ru

В условиях поперечного изгиба рассматривается тонкостенный стержень переменной жесткостью при ограничениях, определяемых условиями подобия жестких контуров поперечных сечений. Работу упругих тонкостенных стержней исследовал В. З. Власов [1]. Им сформулирована т.н. гипотеза жесткого контура, введены понятия секториальных геометрических характеристик, центра изгиба, построена система разрешающих дифференциальных уравнений и приведены решения конкретных задач для стержней постоянного, не зависящего от продольной координаты, контура, а также при постоянной толщине элементов этого контура.

В настоящей работе исследуется упругий стержень переменного вдоль продольной оси контура с учетом изменения толщины стержня по длине.

Вводится криволинейная ось поперечного сечения вместе с соответствующей координатой s – след пересечения срединной поверхности с плоскостью поперечного сечения. Эта ось имеет в общем случае несколько ветвей, и в нашей постановке задачи концы этих ветвей имеют уже не постоянные координаты: (x_{k_v}, y_{k_v}), а зависящие от продольной координаты z. Здесь индекс k_v указывает на координаты концов определенной ветви.

В каждой точке криволинейной оси в поперечном сечении введем местную систему осей (v, w, u), где v – направление касательной вдоль s; w – направление внутренней нормали к срединной поверхности в этой точке, u – направление в точке параллельно оси z. Обозначим перемещения точки по этим направлениям теми же символами.

Учитывая геометрию стержня, гипотезу В. З. Власова об отсутствии сдвига в срединной поверхности, а также введенное им понятие секториальных характеристик, получим для перемещений v, w, u выражение

$$v=\xi(z)\cos(\alpha)+\eta(z)\sin(\alpha)+\theta(z)\,h,$$
$$w=-\xi(z)\sin(\alpha)+\eta(z)\cos(\alpha)+\theta(z)\,t,$$
$$u=\xi(z)-\zeta,_z x-\eta,_z(z)y-\theta,_z(z)\omega.$$
$$h=(x-a_x)\sin(\alpha)-(y-a_y)\cos(\alpha),$$
$$t=(x-a_x)\cos(\alpha)+(y-a_y)\sin(\alpha).$$

Здесь: $\xi(z)$, $\eta(z)$, $\varsigma(z)$ – перемещения вдоль основных осей – x, y, z; $\theta(z)$ – угол закручивания, ω – секториальная площадь; (h,t) – координаты конца вектора, «заметающего» секториальную площадь с началом вектора в полюсе (a_x, a_y).

Введем в рассмотрение внутренние силы

$$N=\int_F\sigma_{zz}dF,\ M_x=\int_F\sigma_{zz}ydF,\ M_y=-\int_F\sigma_{zz}xdF,\ H_k=\int_F\sigma_{xy}rdF,\ B=\int_F\sigma_{zz}\omega dF,$$

это – продольная сила, изгибающие относительно осей x, y и крутящий моменты, бимомент соответственно. Для получения разрешающей системы уравнений используем вариационный принцип Лагранжа. В результате получим систему дифференциальных уравнений равновесия в силах:

$$N,_z=-q_z,\ M_y,_{zz}=-\left(\int_{L(z)}\frac{\partial p_z}{\partial z}xds+q_x\right),\ M_x,_{zz}=\int_{L(z)}\frac{\partial p_z}{\partial z}yds+q_y,$$

$$B,_{zz}+H_K,_z=\int_{L(z)}\frac{\partial p_i}{\partial z}\omega ds+m.$$

В правых частях этих уравнений учитывается внешняя нагрузка.

Используя далее выражения для внутренних сил через перемещения и их производные, после преобразования получим систему уравнений

$$\left(F\varsigma,_{z}-S_{y}\xi,_{zz}-S_{x}\eta,_{zz}-S_{\omega}\theta,_{zz}\right),_{zz}=\frac{1}{E}q_{z},$$

$$\left(-S_{y}\varsigma,_{z}+I_{y}\xi,_{zz}+I_{xy}\eta,_{zz}+I_{\omega x}\theta,_{zz}\right),_{zz}=\frac{1}{E}\left(q_{x}+\int\limits_{L(7)}P_{z},_{z}ds\right)$$

$$\left(-S_{x}\varsigma,_{t}+I_{xy}\xi,_{zz}+I_{x}\eta,_{zz}+I_{\omega y}\theta,_{zz}\right),_{zz}=\frac{1}{E}\left(q_{y}+\int\limits_{L(7)}P_{z},_{z}y\,ds\right)$$

$$\left(-S_{\omega}\varsigma,_{z}+I_{\omega x}\xi,_{zz}+I_{\omega y}\eta,_{zz}+I_{\omega}\theta,_{zz}\right),_{zz}-\left(\frac{G}{E}I_{d}\theta,_{z}\right),_{z}=\frac{1}{E}\left(m+\int\limits_{L(z)}P_{,z}\,{}_{z}\omega\cdot ds\right).$$

Эту систему уравнений, введением переменных

$$\zeta_{,z}=\bar{\zeta},\ \xi,_{zz}=\bar{\xi},\ \eta,_{zz}=\bar{\eta},\ \theta,_{zz}=\bar{\theta},$$

можно привесим к матричному уравнению второго порядка с матричным инвариантом восьмого порядка. В конкретных задачах порядок инварианта может быть меньшим. Например, в рассматриваемой задаче поперечного изгиба для разрешающей системы уравнений порядок инварианта будет равен пяти. Для однородных матричных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами в виде многочленов автором получено аналитическое решение [2]

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}=C_1\mathrm{Co}(In,z)+C_2\mathrm{Si}(In,z)+\begin{pmatrix} y_{1q} \\ \dots \\ y_{nq} \end{pmatrix}.$$

Здесь n – порядок матричного инварианта $In(z)$. В докладе приведены примеры решения новых конкретных задач.

Литература

1. Власов В. З. *Тонкостенные упругие стержни* // М.: Физматгиз – 1959.
2. Косых Э. Г. *Продольно-поперечный изгиб трехслойных стержней переменной жесткости* // Вестник СамГУ – Естественная серия, 2008, № 8/1(67).

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В УПРУГОЙ СРЕДЕ ВИНКЛЕРА

Леоненко Д. В.

Белорусский государственный университет транспорта

Кирова, 34, 246653 Гомель, Республика Беларусь

leoden@tut.by

Введение. Изучение собственных колебаний конструкции является одной из важных задач динамики, так как позволяет определить собственные частоты и формы, что в свою очередь служит базисом для анализа поведения