3. Коптев Г. С. *Расчет колебаний молекул* / Г. С. Коптев, Ю. А. Пентин. М.: Изд–во Моск. Ун-та, 1977. –207 с.
4. Грибов Л. А. *Колебания молекул* / Л. А. Грибов. – М.: Книжный дом «Либриком», 2009. – 544 с.
5. Li C. *A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes* / C. Li, T. – W. Chou // Int J. Solids Struct. – 2003. – V. 40. – P. 2487 – 2499.
6. Грибов Л. А. *Введение в молекулярную спектроскопию* // Л. А. Грибов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
7. Enomoto K. *Measurement of young's modulus of carbon nanotubes by nanoprobe manipulation in a transmission electron microscope* / K. Enomoto, S. Kitakata et al. // Applied Physics Letters. – 2006. – Vol. 88, No. 15. – P. 153115.

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ О БИФУРКАЦИИ ТОНКОЙ ГОФРИРОВАННОЙ ОБОЛОЧКИ С УПРУГИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕОДНОРОДНОГО ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

Никонова Т. В.
УО «Витебский государственный технологический университет»
Московский пр-т, 72, 210035, г. Витебск, Беларусь
st.rubon@mail.ru

Рассматривается тонкостенная гофрированная оболочка средней длины L с упругим заполнителем и находящаяся под действием внешнего неоднородного гидростатического давления $Q_n^*(\varphi)$. Гофрированная оболочка моделируется тонкой оболочкой вращения толщиной h, а расстояние от оси вращения до срединной поверхности оболочки, отнесенное к радиусу R, задается функцией

$$B(s)=1+\mu F(s),\ F(s)=\sin(2\pi s/\lambda),\ \mu=\delta/R, \tag{1}$$

где μ – малый параметр, s – продольная координата, функция $F(s)$ описывает форму начальных отклонений от цилиндрической поверхности, имеет порядок единицы и существенно не возрастает при дифференцировании, δ – высота волны гофра, λ – длина волны гофра, отнесенная к радиусу R.

Воздействие упругого заполнителя принято в качестве дополнительного давления, обусловленного нормальным перемещением w стенок оболочки, в рамках модели Винклера [1].

Для описания локальной бифуркации безмоментного напряженного состояния, используется система полубезмоментных уравнений тонких оболочек [2]:

$$\varepsilon^4\Delta^2 w+\varepsilon^2\Lambda\Delta_t w-\Delta_k\Phi+ew=0,\ \varepsilon^4\Delta^2\Phi+\Delta_k w=0, \tag{2}$$

$$\Delta=\frac{1}{A_1A_2}\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial s}\right)+\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{A_1}{A_2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right),$$

$$\Delta_k = \frac{1}{A_1 A_2}\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{A_2}{A_1 R_2}\frac{\partial}{\partial s}\right)+\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{A_1}{A_2 R_1}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)\right)$$

$$\Delta_t = \frac{1}{A_1 A_2}\left(\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{A_2}{A_1}t_1\frac{\partial}{\partial s}+t_3\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{A_1}{A_2}t_2\frac{\partial}{\partial \varphi}+t_3\frac{\partial}{\partial s}\right)\right).$$

Здесь усилия T_i, $i=\overline{1,3}$, функция напряжения Φ^* связаны со своими безразмерными аналогами по формулам: $T_i=-\Lambda E h \varepsilon^6 t_i$, $\Phi^*=EhR^2\varepsilon^4\Phi$; φ – окружная координата, $\varepsilon^8=h^2\Big/\left(12\left(1-\nu^2\right)R^2\right)$– малый параметр, характеризующий относительную толщину оболочки, $e=\alpha R^3\Big/\left(Eh^2\sqrt{12\left(1-\nu^2\right)}\right)$, ν – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга, Λ – искомый параметр нагружения, α – коэффициент постели упругого заполнителя, R_1, R_2 – радиусы кривизны срединной поверхности оболочки, отнесенные к R, A_1, A_2 –параметры Ляме.

На краях оболочки рассмотрим условия жесткого защемления:

$$w=\frac{\partial w}{\partial s}=0 \text{ при } s=0,\ s=l,\ l=L/R. \tag{3}$$

Задача состоит в определении наименьшего значения $\Lambda>0$, при котором краевая задача (2), (3) имеет ненулевое решение.

Считаем, что вследствие неоднородности гидростатического давления, оболочка теряет устойчивость локально, в окрестности некоторой «наиболее слабой» образующей $\varphi=\varphi_0$. Согласно методу, предложенному в [2], выполним растяжение масштаба в окрестности линии $\varphi=\varphi_0$:

$$\varphi=\varphi_0+\xi\sqrt{\varepsilon}. \tag{4}$$

Решение задачи (2), (3) будем искать в виде [2]:

$$\begin{aligned} w(s,\varphi,\varepsilon)&=w_*\exp\left(i\left(\varepsilon^{-1/2}p\xi+\frac{1}{2}a\xi^2\right)\right),\ w_*=\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j/2}w_j(\xi,s),\\ \Phi(s,\phi,\varepsilon)&=\Phi_*\exp\left(i\left(\varepsilon^{-1/2}p\xi+\frac{1}{2}a\xi^2\right)\right),\ \Phi_*=\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j/2}\Phi_j(\xi,s). \end{aligned} \tag{5}$$

где $w_j(\xi,s)$, $\Phi_j(\xi,s)$ – полиномы по ξ, имеющие достаточное число раз дифференцируемые по s коэффициенты, p – вещественное число, определяющее изменяемость в направлении φ, параметр a характеризует скорость уменьшения глубины вмятин при удалении от «наиболее слабой» образующей $\varphi=\varphi_0$. Исходя из требования убывания решения (5) вдали от слабой образующей, принимаем $p>0$ и $\mathrm{Im}(a)>0$.

Усилия T_i, $i=\overline{1,3}$, а также параметр нагружения Λ представим в виде рядов

$$t_i = t_i(\varphi_0) + \varepsilon^{1/2} t_i'(\varphi_0)\xi + \tfrac{1}{2}\varepsilon t_i''(\varphi_0)\xi^2 + \ldots,\ \Lambda = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Lambda_j\,, \qquad (6)$$

Подставив (5) – (6) в уравнения (2), (3) и последовательно исключив функции $\Phi_j(\xi, s)$, получим рекуррентную последовательность дифференциальных уравнений и последовательность соответствующих граничных условий. При рассмотрении нулевого приближения находим наиболее слабую образующую $\varphi = \varphi_0^0 \equiv \pi$, численно методом Рунге-Кутта определяем искомую величину Λ_0^0 как минимум функции $\Lambda_0 = \Lambda_0(p)$, а также число p_0, при котором достигается этот минимум.

Во втором приближении имеем неоднородную краевую задачу. Условие разрешимости данной задачи позволяет найти параметр a и поправку к критическому параметру нагружения Λ_1, учитывающую наличие гофра и обобщающую аналогичную формулу, полученную в [2] для круговой цилиндрической оболочки.

Как видно из проведенных расчетов, значение Λ_0 сильно зависит от соотношения параметров λ и l. Анализ показывает, что с уменьшением длины гофра поправка к критическому давлению, учитывающая наличие слабой образующей, резко возрастает. Данное обстоятельство указывает на необходимость обязательного учета наличия волнистости гофрированной цилиндрической оболочки, находящейся под действием неоднородного давления, при расчете ее на устойчивость.

Разработанная методика позволяет найти критическое усилие, а также соответствующую форму бифуркации гофрированной оболочки средней длины на упругом основании Винклера, подверженной действию неоднородного в окружном направлении давления, с учетом наличия гофра.

Литература

1. Ильгамов М. А. *Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим заполнителем*. – Москва: Наука. – 1977. – 332 с.
2. Товстик П. Е. *Устойчивость тонких оболочек*. – Москва: Наука. – 1995. – 320 с.
3. Михасев Г. И., Никонова Т. В. *Оценка усилий в тонкостенной гофрированной трубе с упругим заполнителем под действием переменного давления*. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэх.навук. – 2005, №4. – С.55 – 60.

ИЗГИБ НАНОТРУБКИ

Оковитый А. В., Репченков В. И.
Белорусский государственный университет
nano_world@mail.ru

Введение. Опубликовано достаточно много работ, в которых рассматриваются одностенные углеродные нанотрубки (ОУНТ) и рассчитываются исходя из аналогии с непрерывной средой, подчиняющейся закону Гука, их интегральные упругие характеристики – модуль продольной упругости (модуль