

# ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ СПЕЦИАЛИСТА ПО ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАТИКЕ

С. А. Поттосина

---

*Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники  
Минск, Беларусь  
E-mail: potosina@sam-solutions.net*

Предлагается авторский взгляд на место вероятностно-статистических методов при реализации модели непрерывного математического образования инженера-экономиста-программиста в рамках специальности «Информационные системы и технологии в экономике» в техническом университете.

*Ключевые слова:* эконометрика, исследование операций, временные ряды, многомерный статистический анализ, динамические модели, коинтеграция.

## МОДЕЛЬ НЕПРЕРЫВНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В связи со стремительным развитием информационных технологий на смену индустриальной экономике приходит информационная экономика. В таких условиях возросла потребность в специалистах экономического профиля, обладающих высоким уровнем знаний в области информационных систем и технологий, т. е. владеющих как информатикой, так и экономическими знаниями. Математическое образование специалистов по экономической информатике является важной составляющей их подготовки.

Информатика в настоящее время – быстро развивающаяся отрасль человеческой деятельности, поэтому образование в этой области должно иметь непрерывный характер. Непрерывное образование может быть структурированным и неструктурированным. Структурированное образование предполагает наличие образовательных ступеней, которые нужно последовательно пройти. Такое обучение выравнивает уровни подготовки студентов по той или иной группе специальностей в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов.

В любом из вариантов непрерывного образования важную роль играет принцип оптимальности образовательных траекторий обучения с учетом уровня подготовки и индивидуальных особенностей студента. В учебном процессе выделяются группы взаимосвязанных дисциплин, которые должны быть согласованы друг с другом. Для этого необходимо рассматривать дисциплины с единой точки зрения по содержанию, траектории обучения, объему знаний и навыков с дальнейшей детализацией по каждой дисциплине. Поддержкой реализации этого принципа является методическое обеспечение, разработанное с использованием таких требований, как соответствие

государственным образовательным стандартам по специальности, адаптивность, самодостаточность, согласованность и унификация понятий, соответствие объема временным ограничениям, современность и непрерывное развитие.

Модель обучения математике, принятая на кафедре экономической информатики при реализации математического образования инженера-экономиста-программиста в рамках специальности «Информационные системы и технологии в экономике», представлена в таблице.

### Структура непрерывной математической подготовки

Наименование дисциплины	Номер семестра	Объем учебной нагрузки Всего (в том числе лк., п. з., л. р.)
Высшая математика	1, 2, 3	68 лк., 34 п. з.
Теория вероятностей с элементами математической статистики	3	34 лк., 17 п. з., 17 л. р.
Основы дискретной математики и теории алгоритмов	4	34 лк., 17 п. з.
Численные методы и методы оптимизации	5	34 лк., 17 л. р.
Экономико-математические модели и методы	6	34 лк., 34 п. з., 17 л. р.
Эконометрика	7	34 лк., 17 п. з., 17 л. р.
Исследование операций в экономике	8	48 лк., 17 п. з., 17 л. р.
Математика рынка ценных бумаг	9	34 лк., 17 л. р.

Рассмотрим более подробно элементы данной модели, относящиеся к вероятностно-статистическому моделированию.

### ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

В курсе «Экономико-математические модели и методы» изучаются линейные балансовые модели, модели сетевого планирования и управления, модели линейного программирования и управления запасами. Раздел, относящийся к вероятностно-статистическому моделированию, представляют модели простой и множественной линейной регрессии, а также модели многомерного статистического анализа. Студенты получают знания по корреляционно-регрессионному анализу, дисперсионному и факторному анализу, анализу главных компонент и кластерному анализу. Это позволяет им решать задачи, лежащие в сфере количественного анализа различных экономических ситуаций. Корреляционный анализ, определяя отдельные взаимозависимости между всевозможными парами показателей, не дает структуры общей взаимозависимости всех параметров между собой. Общее представление взаимозависимости дает факторный анализ. Метод главных компонент определяет прямое преобразование исходной системы показателей в абстрактную систему, упорядоченную по информативности. Факторный анализ определяет обратное преобразование – пре-

образование абстрактных показателей в исходную систему показателей. Одной из проблем факторного анализа является интерпретация абстрактных факторов. Процедура поиска системы факторов, которые поддаются экономической интерпретации, задается вращением факторов. Наконец, кластерный анализ решает задачу разбиения множеств объектов на подмножества (кластеры) с помощью некоторого критерия оптимальности, выражающего уровни желательности разбиений и группировок, с использованием понятий меры сходства и различия. Модели и методы многомерного статистического анализа представлены в облегченном математическом варианте (для «пользователей»), достаточном для того, чтобы в пакете прикладных программ «Статистика» решать некоторые учебные задачи.

Структура курса «Эконометрика» представлена разделами: *эконометрические модели* (модели множественной регрессии в условиях нарушения предпосылок метода наименьших квадратов, модели регрессии с переменными параметрами, регрессии с фиктивными переменными, системы одновременных уравнений, динамические модели адаптивных ожиданий и частичной корректировки); *эконометрические методы* (обобщенный метод наименьших квадратов, двухшаговый и косвенный методы наименьших квадратов); *эконометрические приложения* (производственные функции, функции инвестиций, функции спроса, проблемы их эконометрического оценивания); *временные ряды* (модели авторегрессии и скользящей средней, адаптивные модели краткосрочного прогнозирования, анализ временных рядов при случайных моментах измерений).

При математическом моделировании экономических процессов особую роль играют эконометрические модели с переменными параметрами. Рассматриваются различные гипотезы о движении параметров – скачкообразный сдвиг, детерминированное и стохастическое движение (марковское движение, случайное блуждание, коррелированные и автокоррелированные возмущения параметров). Демонстрируется возможность построения операциональных оценок этих параметров (комбинация МНК и обобщенного МНК, применяемая к остаткам регрессии и некоторым функциям от остатков) в ситуациях автокорреляции и корреляции параметров. Корреляция одновременных возмущений параметров может возникнуть вследствие воздействия на их значения каких-либо внешних по отношению к изучаемому объекту факторов. Предположения об автокоррелированности последовательных возмущений параметров целесообразно выдвигать в тех случаях, когда ожидаются довольно продолжительные отклонения коэффициентов от их средних значений. Для обоснованного отказа от гипотезы о постоянстве параметров модели разработаны специальные критерии, в основе которых лежит анализ ошибок регрессии: критерий кумулятивной суммы остатков, критерий однородности остатков на основе дисперсионного анализа, критерий скачка значений параметров Чоу, критерий стабильности регрессионных параметров Фарлея – Хинича.

Некоторые приемы изучения таких эконометрических понятий, как мультиколлинеарность, гетероскедастичность и автокорреляция, изложены в [1]. Там же показано, как методы, предложенные для адаптации регрессионных моделей к условиям нестабильности, алгоритмы анализа временных рядов при случайных моментах измерений, расширяют возможности статистических средств, используемых при проведении научно-исследовательской работы студентов. Разработка программной поддержки этих алгоритмов проводится студентами в рамках курсового проектирования по дисциплине «Современные технологии обработки экономической информации» (5-й курс). Некоторые курсовые проекты в дальнейшем оказываются ядром проектной

части дипломной работы. В аналитической части дипломного проекта нередко для проведения расчетов используется пакет прикладных программ «Статистика», с возможностями которого студенты знакомятся при выполнении лабораторных работ по курсу.

В курсе «Исследование операций в экономике» предусмотрено изучение таких разделов, как оптимизационные задачи на сетях и графах, детерминированные оптимизационные задачи исследования операций (задачи нелинейного математического программирования), игровые модели исследования операций и модели массового обслуживания. Достаточное внимание уделяется марковским случайным процессам.

Марковские модели представлены цепями Маркова с дискретным и непрерывным временем, марковскими цепями с доходами и переоценкой доходов, марковскими моделями систем массового обслуживания (СМО). Это позволяет решать задачи, связанные с марковскими моделями принятия решений и расчетом характеристик функционирования простейших СМО. Демонстрируется применение марковских цепей в качестве вероятностных моделей различных финансово-экономических ситуаций, а также возможность с помощью потоков Эрланга сводить немарковские процессы к марковским.

В настоящее время разрабатывается цикл лабораторных работ по курсу, связанный с имитационным моделированием процессов, протекающих в финансово-экономической сфере. Основную помощь в этой работе оказывают практикумы, созданные Г. А. Медведевым и его учениками [2, 3].

В курсе «Математика рынка ценных бумаг» рассматриваются модели динамики финансовых активов и их производных (дискретное и непрерывное время, модель Мертона, модель Самуэльсона), факторные модели эволюции индекса рыночной активности (модель Дотхана, модель Хо и Ли), уравнение Блэка – Шоулса для цен финансовых производных, прогнозирование в линейных стохастических моделях, теория оптимального портфеля ценных бумаг, рыночная и арбитражная модели ценообразования финансовых активов.

При изложении материала мы ориентируемся на то, что этот курс служит лишь вступлением к изучению более сложных в математическом плане работ по данной тематике. В связи с этим за основу курса взят материал учебного пособия А. Ф. Терпугова [4], где на основе работ, еще не перегруженных математикой, излагаются математические основы управления финансами. Вероятностная база расчетов риска на финансовых рынках представлена в соответствии с учебным пособием А. В. Мельникова [5]. Кроме того, там достаточно выпукло и просто объяснены основные задачи финансовой математики и методы управления рисками, связанными с хеджированием и портфельным инвестированием.

Особое внимание уделено вопросам нестабильности на финансовых рынках, в частности, нелинейным стохастическим моделям (модель ARCH(p), модель GARCH(p,q), модель HARCH(p), модель стохастической волатильности SV(p)) и такому эконометрическому инструменту предсказания будущей нестабильности, как коинтеграция временных рядов. Коинтеграция описывает долгосрочную линейную связь между несколькими переменными, которые демонстрируют равновесное отношение друг с другом [6]. В первую очередь это относится к рядам, которые не являются совместно ковариационными на коротком промежутке времени, но проявляют долгосрочное равновесие. Одна из задач анализа коинтеграции состоит в анализе преимуществ от диверсификации портфеля активов в дополнение к корреляционному анализу структуры портфеля с точки зрения его математического ожидания и дисперсии.

Эконометрическое моделирование финансовых временных рядов, модели равновесия фондового рынка хорошо представлены в учебном пособии В. И. Малюгина [7]. Автор предлагает интересный материал по теории эффективного финансового рынка: предсказуемость цен и доходностей финансовых активов, информационная эффективность финансового рынка, тестирование моделей с помощью методов статистической проверки гипотез относительно параметров соответствующих эконометрических представлений.

Поскольку в базовой программе данной специальности отсутствует курс по актуарной и страховой математике, мы сочли необходимым рассмотреть некоторые вопросы, относящиеся к теории финансовых рисков, в частности модели индивидуальных и коллективных рисков. Это потребовало знакомство с некоторыми случайными процессами, не рассматриваемыми ранее.

Известно, что в теории финансовых рисков используются считающийся процесс с постоянной интенсивностью (процесс Пуассона) и взвешенный процесс Пуассона, в котором параметр является положительной случайной величиной с известной функцией распределения. Для формализации процесса совокупного иска используется составной пуассоновский процесс как сумма независимых, в том числе и от считающегося процесса, и одинаково распределенных случайных величин с общей функцией распределения. Данный материал интересно представлен в монографии Г. А. Медведева [8] не только теоретическими выкладками, но и большим количеством иллюстративных примеров.

В программе курса предусмотрено ознакомление с основными элементами технического анализа, предназначенного для предсказания направления изменения стоимости актива, выдачи рекомендации для уменьшения риска, связанного с этими изменениями [9].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Поттосина С. А. Опыт преподавания эконометрики в техническом университете // Междунар. конф. «Проблемы актуарной и финансовой математики (Математические методы в финансах и эконометрике)». Мн., 2002. С. 183–188.
2. Медведев Г. А., Морозов Е. А. Практикум на ЭВМ по анализу временных рядов. Мн.: БГУ, 1994. С. 232.
3. Дудин А. Н., Медведев Г. А., Меленец Ю. В. Практикум на ЭВМ по теории массового обслуживания. Мн.: БГУ, 1994. С. 166.
4. Терпугов А. Ф. Математика рынка ценных бумаг. Томск: Изд-во НТЛ, 2004. С. 167.
5. Уотшем Дж Т., Паррамоу К. Количественные методы в финансах. М.: ЮНИТИ, 1999. С. 528.
6. Мельников А. В. Риск-менеджмент: Стохастический анализ рисков в экономике финансов и страховании. М.: Изд-во «Анkil», 2002. С. 112.
7. Малюгин В. И. Рынок ценных бумаг: количественные методы анализа // Мн.: БГУ, 2001. С. 318.
8. Медведев Г. А. Математические модели финансовых рисков: В 2 ч. Ч. 2. Мн.: БГУ, 2001. С. 290.
9. Эрлих А. Технический анализ товарных и финансовых рынков. М.: ИНФРА-М, 1996. С. 174.