СИММЕТРИЧНЫЕ МНОГОМАРКЕРНЫЕ КОЛЬЦЕВЫЕ ЛОКАЛЬНЫЕ СЕТИ

В. В. Бураковский

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины
Гомель, Беларусь
E-mail: burakovski@gsu.unibel.by

В статье исследуются симметричные кольцевые локальные вычислительные сети (КЛВС) с конечным числом N абонентских станций (АС), на каждой из которых имеется конечный буфер емкости $m \geq 1$. Рассмотрены КЛВС, в которых по кольцу функционируют N маркеров, а также 2 маркера. Поступающие на каждую АС потоки сообщений являются простейшими с интенсивностью λ. Получены стационарные вероятности состояний и основные вероятностно-временные характеристики функционирования КЛВС.

Ключевые слова: многомаркерная кольцевая локальная вычислительная сеть, протокол маркерного доступа, ординарная дисциплина обслуживания сообщений.

КЛВС С N МАРКЕРАМИ И ОДНОМЕСТНЫМИ БУФЕРАМИ

Рассмотрим кольцевую локальную сеть с протоколом маркерного доступа [1, 4], по которой движется столько же маркеров, сколько абонентских станций в сети, то есть N. На каждой АС имеется одноместный буфер. Моменты приходов всех маркеров на АС и уходов с них синхронизированы. Это означает, что даже при поступлении маркера на станцию, где нет сообщений для передачи, он остается на АС до тех пор, пока не будут переданы все сообщения, подлежащие передаче с других станций кольца согласно ординарной дисциплине обслуживания сообщений.

Время передачи маркера или сообщения между соседними АС обозначим через δ, время приема сообщения на АС-адресате – через a, время передачи одного сообщения с произвольной станции $\Delta = N\delta + a$. Поскольку имеется очевидная симметрия процессов передачи сообщений на всех АС кольца, будем рассматривать поведение произвольной станции.

В момент поступления маркера каждая АС может находиться в одном из двух состояний: 0 с вероятностью p_0 и 1 с вероятностью p_1. При поступлении на занятую АС сообщение теряется.

Стационарные вероятности состояний рассматриваемой многомаркерной КЛВС вычисляются из соотношений

$$\begin{aligned} (p_0, p_1) &= (p_0, p_1)Q, \\ p_1 &= 1 - p_0, \end{aligned} \qquad (1)$$

где Q – матрица переходных вероятностей вида

$$Q = \begin{pmatrix} q_{00} & q_{01} \\ q_{10} & q_{11} \end{pmatrix},$$

элементы которой вычисляются по формулам:

$$q_{00} = e^{-\lambda\delta} p_0^{\,N-1} + e^{-\lambda\Delta}(1 - p_0^{\,N-1}),$$
$$q_{01} = (1 - e^{-\lambda\delta}) p_0^{\,N-1} + (1 - e^{-\lambda\Delta})(1 - p_0^{\,N-1}),$$
$$q_{10} = e^{-\lambda\delta}, \quad q_{11} = 1 - e^{-\lambda\delta}.$$

Основные вероятностно-временные характеристики, определяющие эффективность функционирования рассматриваемой многомаркерной КЛВС с одноместными буферами:

1. Коэффициент загрузки АС

$$\rho = 1 - p_0. \tag{2}$$

2. Пропускная способность КЛВС

$$PRS = \lambda N. \tag{3}$$

3. Среднее число занятых АС в КЛВС

$$MZ = \sum_{k=1}^{N} k C_N^{\,k} (1 - p_0)^k p_0^{\,N-k}. \tag{4}$$

4. Среднее время нахождения маркера на АС

$$TMS = \Delta(1 - p_0^{\,N}). \tag{5}$$

5. Среднее время обращения маркеров по кольцу

$$TMR = N\delta + N\Delta(1 - p_0^{\,N}). \tag{6}$$

6. Среднее число сообщений, поступивших на АС за время обращения маркера по кольцу,

$$MNS = \lambda \cdot TMR. \tag{7}$$

7. Среднее число сообщений, обслуженных на АС за время обращения маркера по кольцу,

$$MSS = \sum_{i=1}^{N} i g_i, \tag{8}$$

где $g_i = C_N^{\,i} p_0^{\,N-i} (1 - p_0)^i$ – вероятность того, что за время обращения маркера по кольцу было передано i сообщений, $1 \le i \le N$.

8. Среднее число сообщений, потерянных на АС за время обращения маркера по кольцу,

$$MLN = MNS - MSS. \tag{9}$$

9. Среднее число сообщений, потерянных в КЛВС за время обращения маркера,

$$MLP = N \cdot MLN. \tag{10}$$

10. Вероятность потери сообщения в КЛВС

$$PL = \frac{MLP}{N \cdot MNS}. \tag{11}$$

КЛВС С N МАРКЕРАМИ, КОНЕЧНЫМИ БУФЕРАМИ И ОРДИНАРНОЙ ДИСЦИПЛИНОЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ СООБЩЕНИЙ НА АС

Рассматривается КЛВС с конечным числом N абонентских станций, на каждой из которых имеется буфер емкости $m > 1$. По кольцу в одном направлении движутся N маркеров [2, 3, 5]. При поступлении каждого маркера на АС обслуживание происходит согласно ординарной дисциплине передачи сообщений. Данная дисциплина предполагает, что при поступлении маркера на АС может быть обслужено не более одного сообщения из имевшихся в момент поступления маркера. Для определенности положим, что во время обслуживания сообщения буфер АС, где идет обслуживание, блокируется, т. е. все поступающие на станцию сообщения теряются.

Поскольку рассматривается симметричная многомаркерная КЛВС, исследуется поведение произвольной АС кольца. В момент поступления маркера на станцию она может находиться всегда в одном из $(m+1)$-го состояния в зависимости от числа i находившихся на ней сообщений с вероятностями $p_i, i \in \{0, 1, 2, ..., m\}$.

Стационарные вероятности состояний АС вычисляются из системы уравнений:

$$\begin{aligned} &(p_0, p_1, ..., p_m) = (p_0, p_1, ..., p_m)Q, \\ &\sum_{i=0}^{m} p_i = 1, \end{aligned} \tag{12}$$

где Q – матрица переходных вероятностей вида

$$Q = \begin{pmatrix} q_{00} & q_{01} & \cdots & q_{0\,m-1} & q_{0m} \\ q_{10} & q_{11} & \cdots & q_{1\,m-1} & q_{1m} \\ 0 & q_{21} & \cdots & q_{2\,m-1} & q_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_{m\,m-1} & q_{mm} \end{pmatrix},$$

элементы которой вычисляются по формулам

$$q_{0i} = \frac{(\lambda\delta)^i}{i!} e^{-\lambda\delta} p_0{}^{N-1} + \frac{(\lambda\Delta)^i}{i!} e^{-\lambda\Delta}\left(1 - p_0{}^{N-1}\right), 0 \le i \le m-1;$$

$$q_{0m} = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} q_{0i};$$

$$q_{1i} = \frac{(\lambda\delta)^i}{i!} e^{-\lambda\delta}, 0 \le i \le m-1;$$

$$q_{1m} = 1 - \sum_{j=0}^{m-1} q_{1j}; \quad q_{10} = q_{21} = q_{i+1,i}; \quad 0 \le i \le m-1;$$

$$q_{11} = q_{jj}, \quad 2 \le j \le m-1; \quad q_{im} = 1 - \sum_{j=0}^{m-1} q_{ij}, 1 \le i \le m.$$

Основные характеристики функционирования рассматриваемой КЛВС аналогичны приведенным в формулах (2) – (11).

СИММЕТРИЧНАЯ КЛВС С ДВУМЯ МАРКЕРАМИ И ОДНОМЕСТНЫМИ БУФЕРАМИ

Предположим, что на каждой из N абонентских станций кольцевой локальной сети имеется одноместный буфер. По кольцу в одном направлении движутся два маркера, причем разность между номерами АС, на которых они могут одновременно находиться, равна $r\,(1 \le r < N)$. Маркеры движутся по станциям синхронно. В момент поступления маркера на АС может находиться 0 сообщений с вероятностью p_0 либо 1 сообщение с вероятностью p_1. Пусть p_{ij} – вероятность того, что при поступлении маркеров на одной АС имеются i сообщений, а на второй – j сообщений соответственно, $i, j \in \{0, 1\}$. Полагаем, что $p_{ij} = p_{ji} = p_i \cdot p_j$. На каждую АС поступает простейший поток сообщений интенсивности λ.

Стационарные вероятности состояний рассматриваемой КЛВС вычисляются по формулам:

$$\begin{gathered}(p_{00}, p_{01}, p_{10}, p_{11}) = (p_{00}, p_{01}, p_{10}, p_{11})Q(r), \\ \sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1} p_{ij} = 1,\end{gathered} \qquad (13)$$

где $Q(r)$ – матрица переходных вероятностей, состоящая из элементов

$$\{p_{ij,mn}(r), i, j, m, n \in \{0,1\}, r \in \{1,2,\ldots,N-1\}\}.$$

Переходные вероятности вычисляются по формулам:

$$p_{ij,00}(r) = \sum_{i=0}^{r}\left(e^{-\lambda(r\delta+i\Delta)} g_i(r)\right)\sum_{j=0}^{N-r}\left(e^{-\lambda((N-r)\delta+j\Delta)} g_j(N-r)\right),$$

$$p_{ij,10}(r) = \sum_{i=0}^{r}\left(\left(1-e^{-\lambda(r\delta+i\Delta)}\right) g_i(r)\right)\sum_{j=0}^{N-r}\left(e^{-\lambda((N-r)\delta+j\Delta)} g_j(N-r)\right),$$

$$p_{ij,01}(r) = \sum_{i=0}^{r}\left(e^{-\lambda(r\delta+i\Delta)} g_i(r)\right)\sum_{j=0}^{N-r}\left(\left(1-e^{-\lambda((N-r)\delta+j\Delta)}\right) g_j(N-r)\right),$$

$$p_{ij,11}(r) = \sum_{i=0}^{r}\left(\left(1-e^{-\lambda(r\delta+i\Delta)}\right) g_i(r)\right)\sum_{j=0}^{N-r}\left(\left(1-e^{-\lambda((N-r)\delta+j\Delta)}\right) g_j(N-r)\right),$$

где $i, j \in \{0,1\}$, $g_k(r) = C_r^{\,k}(1-p_{00})^k\, p_{00}^{\,r-k}$ – вероятность того, что на прохождение k АС маркер затрачивает время $r\delta + k\Delta$, $1 \le r < N$, $k \le r$.

Получены вероятностно-временные характеристики функционирования рассматриваемой КЛВС, соответствующие (2) – (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бураковский В. В., Медведев Г. А.* Кольцевая локальная сеть с протоколом маркерного доступа // Техника средств связи. Сер. Системы связи. М.,1990. Вып. 7. С. 9–16.

2. *Бураковский В. В.* Маркерная кольцевая локальная сеть с конечными буферами и ординарным обслуживанием сообщений // Аэрокосмическое приборостроение России. Сер. 2. Авионика. СПб.: НААП, 1998. Вып. 1. С. 63–67.

3. *Бураковский В. В.* Симметричная кольцевая локальная сеть с протоколом маркерного доступа, буферами конечной емкости и вентильной дисциплиной обслуживания // Аэрокосмическое приборостроение России. Сер. 2. Авионика. СПб.: НААП, 1998. Вып. 1. С. 38–46.

4. *Бураковский В. В.* Аппроксимация кольцевых локальных вычислительных сетей с маркерным доступом системами $M/G/1/m$ // Препринт Гомельского университета. 1997. № 30. 14 с.

5. *Бураковский В. В., Рогачев А. А.* Многомаркерная кольцевая локальная сеть с конечными буферами и ординарным обслуживанием // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы VI Респ. науч. конф. студентов и аспирантов 17–19 марта 2003 года. Гомель: ГГУ, 2003. С. 127–128.