ПРИМЕНЕНИЕ «БЛОКИРОВКИ» СИСТЕМ В ОТКРЫТЫХ СЕТЯХ С ГРУППОВЫМИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯМИ ЗАЯВОК

Ю. С. Боярович

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
Гомель, Беларусь
E-mail:Juls1982@list.ru

Исследована работа открытой сети массового обслуживания с групповым поступлением и групповым обслуживанием заявок. Обслуженная группа покидает узел и с возможным изменением размера переходит на другой узел. На процесс обслуживания пришлось наложить ограничения. Была установлена зависимость процессов поступления и обслуживания. По результатам исследования был найден вид стационарного распределения сети и предложен эффективный алгоритм его характеризации.

Ключевые слова: открытая сеть, групповые перемещения заявок, блокировка прибора, поток заявок, эргодичность, стационарное распределение.

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

В последние годы появляется все больше работ, посвященных сетям массового обслуживания с групповым поступлением и групповым обслуживанием заявок. Действительно, такие сети представляют большой интерес для исследователей. Действительно модели таких сетей могут найти свое применение в различных приложениях. Однако рассмотрение таких моделей представляет определенную сложность в связи с чрезмерной связностью графа переходов между состояниями соответствующего марковского процесса. Значительную трудность представляет собой даже поиск стационарного распределения для системы, не говоря уже о моделях сетей. В работе [1] нами была исследована работа сети массового обслуживания с групповым поступлением и ассамблейно-трансферным групповым обслуживанием. При ее рассмотрении возникал целый ряд трудностей, которые мы решили преодолеть, несколько модифицировав модель сети из [1].

МОДЕЛЬ ОДНОЛИНЕЙНОГО УЗЛА

Рассматривается однолинейная система массового обслуживания с групповыми поступлениями и групповым обслуживанием. Заявки поступают на систему группами. Поток групп - пуассоновский с интенсивностью λ. Обслуживание является экспоненциальным с интенсивностью μ. Обслуживание включается, когда в системе есть хотя бы одна заявка. На обслуживание выбирается из очереди группа заявок. Если выбранный на обслуживание размер группы превышает количество заявок в очереди, то выбранная группа (назовем ее некомплектной) обслуживается, но по окончании обслуживания возвращается на исходный узел, что, в принципе, эквивалентно тому, что прибор блокируется на среднее время обслуживания одной группы $\frac{1}{\mu}$. Пусть Y_i - размер i-й поступающей в систему группы, а Z_i - размер i-й группы, требующей обслуживания. Предполагаем, что $\{Y_i\},\{Z_i\}$ - неотрицательные целочисленные случайные величины с функциями распределения A и B, функциями вероятностных масс a и b и производящими функциями $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ соответственно. Пусть $X(t)$ - количество заявок в системе в момент времени t. Тогда $\{X(t)\}$ есть цепь Маркова с непрерывным временем с пространством состояний $\{0,1,\dots\}$.

Для описанной модели однолинейного узла были получены следующие результаты:

Утверждение Рассмотренный однолинейный узел является квазиобратимым.

Теорема Для того, чтобы $\{\pi(n)=(1-c)c^n, n=0,1,\dots\}$ являлось стационарным распределением $X(t)$, необходимо и достаточно выполнения условия эргодичности

$$\lambda<\mu, \tag{1}$$

процессы поступления и обслуживания должны подчиняться следующей закономерности:

$$\widetilde{B}(cz)=\frac{\lambda}{\mu}\widetilde{A}(z), \tag{2}$$

а $c\in(0;1)$ - корень уравнения

$$\widetilde{B}(c)=\frac{\lambda}{\mu}. \tag{3}$$

МОДЕЛЬ СЕТИ

Рассматривается открытая сеть массового обслуживания с конечным множеством узлов $J=\{1,2,\dots,N\}$. В узлы сети поступают независимые пуассоновские потоки групп заявок с параметром λ_i для узла $i\in J$. Длительности обслуживания групп в узлах сети независимы, имеют показательное распределение с параметром μ_i для узла $i\in J$. Размеры поступающих групп и требуемых для обслуживания групп - положительные целочисленные случайные величины с функциями распределения A_i, B_i, функциями вероятностных масс a_i и b_i, а также производящими функциями $\widetilde{A}_i$ и $\widetilde{B}_i$ соответственно для узла $i\in J$. Обслуженная в узле i группа, достигшая требуемого размера (назовем их комплектными) k. переходит с вероятностью $p_{i,(j,m)}$ в узел j как группа размера m, а с вероятностью $p_{i,0}$ покидает сеть. Неполные группы, не достигшие требуемого размера (некомплектные) также обслуживаются, но после обслуживания возвращаются на узел. на котором были обслужены. таким образом видим, что описанная сеть эквивалентна сети, состоящей из систем, использующих "блокировку" в случае, когда размер группы, выбранной на обслуживание, превышает количество заявок в узле. Пусть $X_i(t)$ - число заявок в узле i в момент времени t. Состояние сети будем описывать цепью Маркова $X(t)$=($X_1(t,\dots,X_N(t))$) с непрерывным временем.

Обозначим через $\gamma_i(m)$ - поток комплектных групп размера m на узел $i \in J$. А также $\widetilde{\Gamma}_j(z_j) = \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_j(m) z_j^m$, $j \in J$. При этом $\widetilde{\Gamma}_j(1) = \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_j(m)$, $j \in J$ является интенсивностью потока основных групп на узел $j \in J$.

Аналогично модели однолинейного узла для рассмотренной сети были получены следующие результаты:

Теорема. Для того, чтобы $\{\pi(n) = \prod_{j=1}^{N} (1 - c_j) c_j^{n_j}, n \in$ являлось стационарным распределением $X(t)$, необходимо и достаточно выполнения условия эргодичности:

$$\widetilde{\Gamma}_j(1) < \mu_j, j \in J, \tag{4}$$

процессы поступления и обслуживания должны подчиняться следующей закономерности:

$$\widetilde{B}_j(c_j z_j) = \frac{\widetilde{\Gamma}_j(z_j)}{\mu_j}, j \in J, \tag{5}$$

а $c_j \in (0;1), j \in J$ - корень уравнения

$$\widetilde{B}_j(c_j) = \frac{\widetilde{\Gamma}_j(1)}{\mu_j}, j \in J \tag{6}$$

Заметим, что для данной сети нет необходимости решать систему нелинейных уравнений трафика, как в работе [1].

Таким образом, исследована работа открытой экспоненциальной сети массового обслуживания с групповым поступлением, ассамблейно-трансферным групповым обслуживанием заявок, а также с блокировкой обслуживающих приборов сети, которая включается, когда размер группы, выбранной для обслуживания, превышает количество заявок в системе. По результатам исследования были установлены необходимые и достаточные условия геометрической мультипликативности стационарного распределения состояний рассмотренной сети.

Введение блокировки с одной стороны позволило значительно упростить исследование модели описанной сети с групповыми перемещениями заявок. Однако, с другой стороны, применение блокировки систем устанавливает определенную зависимость между процессами поступления и процессами обслуживания групп заявок, и приходится накладывать ряд ограничений.

В принципе, введение блокировки систем массового обслуживания не является таким уж искусственным приемом. Часто приходится сталкиваться с ситуацией, когда обслуживающие приборы включаются только в случае достижения группой заявок определенного размера. А связь между процессами поступления и обслуживания также часто встречается на практике: в зависимости от входящего потока требований может изменяться работа обслуживающего прибора, а также, наоборот.

Таким образом, для рассмотренной модели удалось построить достаточно эффективный алгоритм для решения вопроса о существовании стационарного распределения в форме произведения геометрических распределений.

ЛИТЕРАТУРА

1.*Malinkovsky, Y.* Geometric product form stationary distribution for queueing networks with batch movements of positive and negative customers / Y. Malinkovsky, J. Bojarovich // ГрГУ. "Математические методы повышения эффективности информационно-телекоммуникационных сетей" Массовое обслуживание: потоки, системы, сети: Материалы междунар. науч. конф., Мн., 2007. С. 128-133.

2. *Малинковский, Ю.В.* Характеризация стационарного распределения сетей с групповыми перемещениями положительных и отрицательных заявок в форме произведения геометрических распределений / Ю. В. Малинковский, Ю. С. Боярович // Вестник ГрГУ им. Я. Купалы. 2007. №3(57)

3. *Боярович, Ю.С.* Стационарное распределение сетей с групповым поступлением и групповым обслуживанием заявок, действующих по принципу количественного приоритета / Ю. С. Боярович // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. 2007. №6(45)

4. *Gelenbe, E.* Product Form Queueing Networks with Negative and Positive Customers / E. Gelenbe // J. Appl. Probab. 1991. V.28. P.656-663.

5. *Gelenbe, E.* Stability of Product-FormG-networks / E. Gelenbe, R. Shassberger // Probab. in Eng. and Inform. Sci. 1992. №6. P.271-276.

6. *Chao, X.* On Generalized Networks of Queues with Positive and Negative Arrivals / X. Chao X. M. Pinedo // Prob. Eng. Inf. Sci. 1993. V.7. P.301-304.

7. *Gelenbe, E.* G-networks with Signals and Batch Removal / E. Gelenbe // Prob. Eng. Inf. Sci. 1993. V.7. P.335-342.

8. *Gelenbe, E.* G-networks with Triggered Customer Movement / E. Gelenbe // J. Appl. Prob. 1993. V.30. P.742-748.

9. *Miyazawa, M.* A Geometric Product-form Distribution for a Queueing Network with Non-Standard Batch Arrivals and Batch Transfers / M. Miyazawa M., P.G. Taylor // Adv.Appl.Prob. 1997. V. 29. № 2. P.523-534.

10. *Chao, X* A Network of Assembly Queues with Product-form Solution / X. Chao, M. Pinedo. D. Shaw // J. Appl. Prob. 1996. V.33. P.858-869.

11. *Foster, F.G.* On Stochastic Matrices Associated with Certain Queueing Process / F. G. Foster // Ann.Math.Statist. 1953. V.24. № 2. P.355-360.