Получены достаточные условия существования обобщенного решения задачи (1)-(3) заданной структуры и предложены конструкции его построения.

Представлены результаты моделирования обобщенного решения для различных входных данных задачи — функции фитнеса $f(\cdot)$ и начальной функции $u_0(\cdot)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-01-00214), Программы Президиума РАН "Математическая теория управления", а также Программы Правительства РФ по поддержке ведущих научных школ (грант № НШ-64508.2010.1).

Список литературы

1. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов М.: Наука, 1961.
2. *Saakian D.B., Rozanova O., Akmetzhanov A.* Dynamics of the Eigen and the Crow-Kimura models for molecular evolution // Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. 2008. V. 78. No. 4. 041908. P. 1–6.
3. *Субботин А.И.* Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона–Якоби. М.: Наука, 1991.
4. *Subbotin A.I.* Generalized Solutions of First Order PDEs: The Dynamical Optimization Perspective. Boston: Birkhauser, 1995.
5. *Crandall M.G., Lions P.L.* Viscosity solutions of Hamilton–Jacobi equations // Trans. Amer. Math. Soc. 1983. V. 277, No. 1. P. 1–42.
6. *Crandall M.G., Newcomb R.* Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi Equations at the Boundary // Proc. AMS. 1985. V. 94. No. 2, P. 283–290.
7. *Capuzzo-Dolcetta I., Lions P.-L.* Hamilton-Jacobi Equations with State Constraints // Trans. Amer. Math. Soc. 1990. V. 318. No. 2. P. 643–683.
8. *Субботина Н.Н., Шагалова Л.Г.* О решении задачи Коши для уравнения Гамильтона–Якоби с фазовыми ограничениями // Тр. Ин-та мат. и механики УрО РАН. 2011. Т. 17. № 2. С. 191–208.
9. *Subbotina N.N.* The method of characteristics for Hamilton–Jacobi equation and its applications in dynamical optimization // Modern Math. Appl. 2004. V. 20. P. 2955–3091.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ СКОРЕЙШЕГО ПРОХОЖДЕНИЯ ОБЛАСТИ

А.Н. Шахидзе, С. Очилов

Рассматривается формализованная задача оптимизации времени прохождения области объектом, поведение которого зависит от выбора параметра вида

$$T(x(\cdot)) = \int\limits_0^1 \delta(x(t), u(t), \omega) dt \qquad (1)$$

при условиях

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), \omega), \qquad t \in [0,1] \qquad (2)$$

$$x(0) = x_0, \quad x_0 \notin M(0) \qquad (3)$$

$$x(1) \in M_1 \qquad (4)$$

$$M_1 \cap M(t) = \emptyset, \quad t \in [0,1] \qquad (5)$$

$$u(t) \in U, \quad t \in [0,1] \qquad (6)$$

$$\omega \in W \qquad (7)$$

где $x(t) \in R^n-$ функция состояния, $u(t)-$ m-мерная кусочна непрерывная функция (управления) со значениями из компактного множества U при $t \in [0,1]$ $\omega-$ элемент векторного пространства W размерности k.

$M_1 = \left\{ x \in R^n : \varphi_j(x) \leq 0, \quad \varphi_j(x) \in C^{(2)}, \quad j = 1, ..., s \right\}$ -конечное множество;

$M(t) = \left\{ x \in R^n : \varphi_0(x,t) \leq 0, \quad \varphi_0(x,t) \in C^{(1)} \right\}$ многозначное отображение отрезка $[0,1]$ в множества всевозможных подмножеств R^n;

$$\delta(x, u, \omega) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad x \in M(t) \\ 0, & \text{если} \quad x \notin M(t) \end{cases}$$

Теорема 1. *Пусть $x^0(\cdot)$, $u^0(\cdot)$, $\omega-$ соответственно оптимальная траектория, оптимальное управление и оптимальный параметр задачи (1)-(7).*

Если выполнены условия:

а) согласованности [3];

б) в точках t_q входа в множество $M(t)$ и в точках t_{q+1}, $q = 1, 3, ..., 2m-1$ выхода из множества $M(t)$, оптимальная траектория регулярна;

тогда существуют не все равные нулю числа $\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, ..., s$ и функция $\psi(\tau), \quad \tau \in (t_q, t_{q+1})$, $q = 1, 3, ..., 2m-1$, что имеют место соотношения

1. $\psi(\tau) f(x^0(\tau), u^0(\tau), \omega_0) = \min\limits_{\nu \in U} \psi(\tau) f(x(\tau), \nu, \omega_0)$

2. $\dot{\psi}(\tau) = -\frac{\partial f(x,u,\omega)}{\partial x} \psi(\tau)$

3. $\psi(1) = \sum\limits_{j=1}^{s} \lambda_j \varphi'_{jx}(x^0(1))$

4. $\begin{array}{l} \psi(t_q + 0) - \psi(t_q - 0) = -n(x^0(\cdot), t_q) \\ \psi(t_{q+1} + 0) - \psi(t_{q+1} - 0) = n(x^0(\cdot), t_{q+1}), \end{array}$

где $n(x(\cdot), t_q)$, $n(x(\cdot), t_{q+1})$*– внешные нормалы к множеству* $M(t)$.

5. $\sum\limits_{i=1}^{n} \int\limits_{0}^{\tau} \psi_i(\tau) \frac{\partial f^i(x(\tau), u(\tau), \omega)}{\partial \omega^\beta} dt = 0, \quad \beta = 1 \dots k.$

Список литературы

1. Понтрягин Л.Е. и др. Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1976.
2. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. –М.: Наука, 1974.
3. Пшеничный Б.Н. Необходимые условия экстремума. – М.: Наука, 1982.
4. Исраилов И., Шахидзе А.Н., Очилов С. Необходимые условия оптимальности прохождения области. Тезисы докл. III междун. семинара "Негладкие и разрывные задачи управления, оптимизации и их приложения". Санкт Петербург 1995. с 79-80.

МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ОДНОЙ СИСТЕМОЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

А.А. Якименко

Белорусский государственный технологический университет,

Сведлова 13а, 220006 Минск, Беларусь

yakim@bstu.unibel.by

Введение. Рассматривается задача модального управления и стабилизации для линейных стационарных динамических систем с запаздывающим аргументом второго порядка с двумя соизмеримыми запаздываниями по состоянию. Показано, что при выполнении определенного условия такая система эквивалентна системе с запаздывающим аргументом нейтрального типа второго порядка с одним запаздыванием по состоянию. Такие системы подробно изучены автором в его диссертационной работе и полученные там результаты по модальному управлению и стабилизации распространены на рассматриваемую систему.

1. Основная часть. Рассмотрим двумерную линейную стационарную систему с запаздывающим аргументом с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями вида