$K^\lambda(y^0) = \{\ \bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y}\rangle = 0 \quad i \in I_0,$
$\langle \nabla h_i(y^0), \bar{y}\rangle = 0 \quad i \in I^\oplus(y^0), \quad \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y}\rangle \le 0 \quad i \in I^\oplus(y^0)\ \},$

где $I^\oplus(y^0) = \{\ i \in I(y^0) \mid \lambda_i > 0)\}$, $I^\oplus(y^0) = \{\ i \in I(y^0) \mid \lambda_i = 0)\ \}$.

Положим $I_D(y^0) = \{\ i \in I(y^0) \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y}\rangle = 0 \quad \forall \bar{y} \in D_C(y^0)\ \}$, $I_\sharp(y^0) = I(y^0) \setminus I_D(y^0)$.

Определение 1. *Будем говорить, что в точке $y^0 \in C$ выполнено условие критической регулярности, если $rank\{\nabla h_i(y) \quad i \in I_0 \cup I_D(y^0)\} = const$ в окрестности точки y^0.*

Следующая теорема обобщает аналогичные результаты [1, 2].

Теорема 1. *Пусть в точке $y^0 \in C$, являющейся решением задачи (P), выполнено условие критической регулярности. Тогда в данной точке выполняется условие SSONC.*

Отметим, что полученная теорема обобщает результаты [1, 2].

Список литературы

1. *Andreani R., Eshague C.E., Schverdt M.L.* Journal on Optimization Theory and Appl., 146, 2010. P. 255–266.
2. *Minchenko L., Stakhovski S.* SIAM Journal on Optimization. V.21, N1. 2011. P. 314–332.
3. *Janin R.* Mathematical Programming Study 21, 1984. P. 110–126.
4. *Minchenko L., Stakhovski S.* Optimization. V. 60, N4. 2011. P. 429–440.

СВОЙСТВА УСТОЙЧИВЫХ И ПРИТЯГИВАЮЩИХ МНОЖЕСТВ G-СИСТЕМЫ

А.А. Леваков, Я.Б. Задворный

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, Минск, Беларусь

levakov@tut.by, slava.zadvorny@gmail.com

Пусть $f(t,x)$ - полудинамическая система, заданная в метрическом пространстве X и пусть Φ - семейство всех ее движений. Полунепрерывную полудинамическую систему $f(t,x)$ будем называть G-системой, если она обладает следующим свойством: существует $\omega > 0$ такое, что, если последовательность движений $\varphi_n(t) \in \Phi$ ограничена на некотором отрезке $[a-\omega; b]$, то из нее можно выбрать подпоследовательность, сходящуюся при каждом $t \in [a; b]$ к некоторому движению системы $\varphi \in \Phi$.

Дифференциальные уравнения и включения, функционально-дифференциальные включения, эволюционные уравнения параболического типа порождают G-системы в соответствующих метрических пространствах.

Ниже используются следующие определения и обозначения: $D(x) = \{y \in X \mid \exists x_n \to x, \exists \varphi_n(t), \varphi_n(0) = x_n, \exists t_n,$ такие что $\varphi_n(t_n) \to y$ при $n \to \infty\}$; для множества $M \subseteq X$ обозначим $D(M) = \bigcup_{x \in M} D(x)$; множество M слабо полупритягивающее, если $\exists \delta > 0$, что для любого $x \in S(M, \delta)$ для любого движения $\varphi(t)$, $\varphi(0) = x$, найдется последовательность моментов времени $t_n \to \infty$, такая, что $\rho(\varphi(t_n), M) \to 0$ при $n \to \infty$; множество M равномерно притягивающее, если $\exists \delta > 0$, что для любого $\varepsilon > 0$ $\exists T = T(\epsilon) > 0$, такое что $\forall t > T$ и $\forall x \in S(M, \delta)$ выполняется $\beta(f(x,t), M) < \varepsilon$; множество M называется псевдоустойчивым, если $\forall m \in M$ и $x \notin M$ $\exists \delta > 0$, такое что $x \notin f(S(m, \delta), R^+)$; $A(M) = \{x \in X \mid \forall \varphi_x, \rho(\varphi_x(t), M) \to 0$ при $t \to \infty\}$; $A_\omega(M) = \{x \in X \mid \forall \varphi_x, \exists t_n \to \infty, \rho(\varphi_x(t_n), M) \to 0$ при $n \to \infty\}$.

Будем говорить, что подмножество M пространства X удовлетворяет условию A, если существуют постоянные $\varepsilon > 0$, $L > 0$, $a > \omega$, такие, что для любого $x \in S(M, \varepsilon)$, для любого движения $\varphi_x(t)$, для которого $\varphi_x(-T) \in S(M, \varepsilon)$ в некоторый момент $T > a$, выполняется условие: $\rho(\varphi_x(t), M) < L$ $\forall t \in [-a; 0]$.

Следующие теоремы являются обобщением на G-системы хорошо известных свойств динамических систем в локально компактных метрических пространствах.

Теорема 1. *Для того чтобы компактное множество M было устойчивым, необходимо и достаточно, чтобы $D(M) = M$.*

Теорема 2. *Пусть $f(t,x)$ - G-система, а M - полуинвариантное слабо полупритягивающее и удовлетворяющее условию A компактное множество. Тогда множество $D(M)$ - наименьшее компактное асимптотически устойчивое множество, содержащее M, причем $A_\omega(M) = A(D(M)) = A_\omega(D(M))$.*

Теорема 3. *Если $f(t,x)$ - G-система, а M - компактное множество из X, то следующие утверждения эквивалентны:*

1) M - асимптотически устойчиво;

2) M - псевдоустойчиво и слабо полупритягивающее;

3) M - полуинвариантно и равномерно притягивающее.