

## ВВОДНАЯ ЛЕКЦИЯ

**В.А. Еровенко**

### **«ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ МАТЕМАТИКИ» КАК ФИЛОСОФСКО-МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКАЯ ДИСЦИПЛИНА**

На механико-математическом факультете Белорусского государственного университета для студентов пятого курса в первом семестре профессором А.А. Гусаком и профессором В.А. Еровенко традиционно читается авторский курс «История и методология математики». Если первый лектор делает акцент, в силу своей математической специализации, на истории математики, то второй лектор, специалист по функциональному анализу, занимающийся помимо профессиональной математической деятельности, также еще и некоторыми философско-методологическими проблемами математики, – на методологическую составляющую развития математического знания. Естественно возникает вопрос: Насколько уместно объединять в одном университетском курсе историю и методологию математики? Если под методологией математики понимать совокупность методов математического исследования в историческом развитии математического знания, то следует признать, что методология математики естественно связана с историей математики, которая задает конкретное содержание изучаемых методологических проблем.

Особой формой знания, интегрирующей все перечисленные сферы познавательной активности, всегда считалась философия. Философия участвует в формировании мировоззренческих ориентаций людей, хотя она не совпадает со всей системой мировоззренческих образов, а пытается выделить их «теоретическое ядро». Важнейшая задача философии состоит в том, чтобы помогать людям, принимающим решения на любых уровнях, задумываться о последствиях своих действий. Предметом философии, ее основной задачей и главной целью знаменитый греческий философ Сократ сделал познание человеческого «естества», в частности, образ жизни и мышления человека. Он вывел за пределы философии изучение внешней природы, сделав единственным предметом философии величие человеческого духа во всех формах его проявления, в том числе нравственного и познавательного. Математическое знание он считал «мнимым и бесцельным», поскольку оно, казалось, нисколько не касается человека. Только философия в его глазах была «подлинной наукой», а таковой он называл не отдельные науки, а научное знание в целом, как идеальный образ «научной истины в высшем смысле». Нам, живущим в XXI веке, нетрудно понять, как глубоко заблуждался Сократ в своих взглядах на математические науки. «Ошибка Сократа» состоит в том, что вопреки его взглядам математические истины легли в материальную и даже духовную основу нашей жизни, окружив нас комфортом, отличающим наш компьютеризованный век, а также три предыдущих столетия, от всех, им предшествующих.

К сожалению, до сих пор широко распространены ошибочные или необоснованные точки зрения на природу математического знания, на происхождение и пути формирования математических понятий, на сущность математического творчества и источники возникновения новых научных теорий. Если уйти от не критических предпочтений, отталкиваясь, например, от утверждения известного математика А.Я. Хинчина, что «математика определяется не предметом, а методом», можно согласиться и с более радикальным утверждением философа математики В.Я. Перминова: «Математика не более чем метод, она, в принципе, может иметь дело с любым содержанием, которое поддается дедуктивному анализу» [1, с.6]. Принято считать, что методология математики является учением о методах математического познания, формально-теоретических средствах исследования, а также об инструментальных методах практического постижения истины. В более широком смысле методология математики, в контексте прикладной области деятельности, изучает совокупность математических методов, связывающих математику с другими науками и областями человеческого знания. В связи с общей тенденцией технологизации научного мышления, востребованность математического знания проявляется, прежде всего, в том, что с помощью своих интеллектуальных инструментов математика выражает важнейшие закономерности хорошо развитых естественнонаучных теорий.

Кто, кроме самих математиков, может наиболее аргументировано, убедительно и ярко осветить мировоззренческие вопросы своей науки, привлекая для этого данные истории науки и анализ динамики современных этапов развития математики. История математики – это незаменимый элемент образовательной университетской практики, с помощью которого можно воспитывать гуманитарно-ориентированных молодых ученых в духе антидогматизма, на примере понимания позитивной роли ошибок в исследовательской работе. История математики, вскрывая общие закономерности развития своей науки, дает взгляд на математику в целом и на возможные перспективы ее развития. Историзация науки как нельзя лучше способствует введению студента в мир культурных ценностей. Математика не содержится в законченном и упорядоченном виде в научном труде. По существу современное состояние математики – это всего лишь одна из возможных форм равновесия, ценной именно сегодня, но, тем не менее, переходящая, как и все предшествующее ей знание, чьи следы она, безусловно, сохранила. Поэтому историко-научный материал целесообразно использовать на этапе введения понятий, чтобы заинтересовать студентов и вызвать у них положительный эмоциональный настрой. Начала математики, как древнейшей научной дисциплины, теряются в глубине веков. Почти две с половиной тысячи лет назад математика из сборника рецептов превратилась в дедуктивную науку, развиваемую из немногих исходных положений по правилам формальной логики.

Одна из основных проблем истории математики состоит в выяснении причин и условий, благодаря которым математика в Древней Греции стала дедуктивной наукой, то есть наукой, в которой подавляющее большинство факторов устанавливается путем вывода и доказательства. До древних греков на протяжении многих тысячелетий люди превосходно обходились без дедуктивной

математики, вполне удовлетворяясь отысканием работоспособных эмпирических формул. «Дедукция как образ мыслей» малообразованным людям даже в те времена не казалась наиболее легким видом мышления. В соответствии с духом древнегреческих общин и социальным устройством небольших городов-государств на народных собраниях свободные граждане сообща обсуждали общие дела и чтобы чье-либо мнение было принято, его нужно было доказать и аргументировать. Именно логическая правильность убедительного суждения перешла в математику из сферы общественных отношений. Отсюда – начало дедуктивного метода в математике, приближающемся к современным представлениям о доказательстве, когда основой математической убедительности становится рассуждение. Но в процессе доказательства математик не действует в строгом соответствии с канонами дедуктивного метода, так как до появления окончательной уверенности в его справедливости еще неизвестно к каким именно неформализованным начальным предположениям, в конечном счете, сводится это доказательство. Поскольку дедуктивные науки отличаются от остальных в основном способом построения их теорий, а не формой изложения предмета, то по этой причине связывать становление дедуктивного метода исключительно только с математикой вовсе не обязательно.

Сложность человеческого мышления не схватывается исключительно нашими дедуктивными способностями. Однако наиболее значимые подходы к анализу мышления, которые можно назвать достоверными, связаны, прежде всего, с дедуктивным мышлением и с нашей способностью доказывать простейшие теоремы в контексте исторического взаимодействия различных частей математики. Математика – это, прежде всего, точное суждение, которое может выражаться даже без математических формул. Когда же возникла точность мысли, необходимая для мысленных построений, которой было по силам задаваться вопросами относительно «очевидного»? Принято считать, что такого рода «фазовый переход» произошел в сознании Фалеса, запустившего процесс превращения математических приемов и методов в «математику». Собственно говоря, Фалес, которого называют также Фалесом Милетским, поскольку он был родом из города Милета, расположенного на побережье Эгейского моря, через который проходили торговые пути от греческих городов на Восток, был не профессиональным математиком, а купцом. Плавая по Средиземному морю на своих кораблях и занимаясь торговлей, он посвящал свободное время математике. Он был основателем первой в истории цивилизации научной школы – ионийской или милетской, с которой начинается рациональная, то есть основанная на разуме, познание мира. Мировоззрение Фалеса и его последователей выражало интересы конкретных социально-исторических сил в определенных социально-экономических условиях.

Тем не менее, величайшей загадкой истории математики останется тот посыл, благодаря которому именно в это время, именно этот математик, философ и купец сделал гениальное открытие. Он обнаружил, что геометрические истины можно добывать не только опытным путем, но и чисто умозрительно. Он одним из первых использовал в математике дедукцию, которая и в наше время является основным методом проведения математических рассуждений.

Фалес изобрел понятие «математического доказательства», что предшествовало его другому великому изобретению – «философии». Мы не можем с уверенностью утверждать, что именно мировоззрение явилось решающим фактором для возникновения доказательства, поскольку не исключено, что это произошло в силу других причин, в том числе и субъективных исследовательских побуждений. Если бы развитие математики полностью определялось количественным ростом математического знания, то дедуктивный метод должен был возникнуть всюду, в частности, это должно было бы произойти в уникальных культурах Китая и Индии, где математические традиции познания не прерывались даже в Средние века. Тем не менее, математика в этих странах так и не стала абстрактной дедуктивной наукой. Переход к дедуктивному мышлению в математике диктовался в значительной степени тем обстоятельством, что проверка истинности математических утверждений со временем стала наталкиваться на серьезные трудности. Чем объяснить то, что менее чем за три столетия греки полностью перестроили математику на принципах дедуктивного вывода? Может быть, это произошло благодаря исключительной одаренности греков?

Было бы неверно выводить все достижения древнегреческой математики исключительно из личной одаренности ее творцов. На чем же было основано преимущество греческого ума? Тайна их удивительного интеллектуального взлета заключается в сочетании таких противоположностей как богатство творческой фантазии и всегда бодрствующего пытливого сомнения, не отступающего перед могущественными способностями к обобщениям, и аналитическими потребностями рассудка. Для того чтобы квалифицированно обсуждать методологические проблемы математики, надо знать сам предмет деятельности. Поэтому вполне естественно, что курс «Истории и методологии математики» читают профессиональные математики, владеющие материалом для методологических обобщений. К пятому курсу у студентов механико-математического факультета накапливается значительный багаж знаний в области математики. Но в силу того, что студентам начитывается множество разнообразных математических дисциплин, у них к пятому курсу складывается представление, что математика не едина, что она состоит из множества частей, никак не связанных друг с другом. Даже в программной статье Н. Бурбаки «Архитектура математики» один из разделов вопросительно называется «Математика или математики?». Поэтому сомнения в единственности математики и ее целостности возникают вновь и вновь не только у студентов, но и у профессионалов.

По аналогии можно задать и такие вопросы: «История математики или история математик?», «Методология математики или методология математик?». Несмотря на обилие такого рода вопросов, которые неоднократно ставились в ходе развития математики, преобладающим мнением было и остается убеждение в том, что современная математика является единой наукой, развиваемой как нечто целостное. Поэтому ее история и методология должна быть отражением этой целостности. Попытаемся пояснить также, почему этот курс для математиков не назван «Философия и методология математики»? Во-первых, философия в отличие от методологии не говорит будущим профессионалам математики как именно нужно познавать в конкретной области знания. Во-вторых,

уходя из сферы философии в конкретные области математического знания, философы математики рискуют утратить свой собственный самостоятельный статус в неразрешимых для философии специальных вопросах. В-третьих, философия науки – это, прежде всего, философия, то есть наука гуманитарная, которая ближе к философии истории, в том числе и истории ее начала. Четыре с половиной года, до начала государственных экзаменов студентам механико-математического факультета начитывается очень много материала, но с силу его объема, мало кому хватает времени задуматься при освоении данного материала о его тонкостях и мелочах изложения. Многие вещи принимаются за истину даже без возникновения вопросов: «Почему это истинно?» или «Нет ли в сказанном противоречия с тем, что уже известно из других математических дисциплин?».

Трудность процесса познания американский историк науки Пол Форман сравнивает с водоворотом, который с возрастающей скоростью поглощает все внимание: «В то время как большие пространства истории науки остаются неисследованными, и размеры неосвоенной территории увеличиваются по мере движения науки вперед, ученые, которые могли бы описать «то, что фактически произошло» с достаточным приближением, исчезают в одной из таких схоластических пучин и тем самым оканчивают свой путь открытий в огромном океане неизвестного» [2, с.6]. Реальная история математики может заинтересовать студентов тогда, когда в ней есть нечто такое, что может способствовать пониманию благодаря знанию исторических обстоятельств. Тенденция к философскому осмысливанию математических результатов была в высшей степени свойственна одному из самых выдающихся математиков первой половины XX столетия Герману Вейлю, который в начале испытывал сильное влияние философии Иммануила Канта. Математики вполне солидарны с ним, когда в работе «О философии математики» он утверждает, что «в настоящее время математика в отведенном ей участке духовного мира является более дееспособной, чем, например, музыка или же находящиеся в столь плачевном состоянии новые языки на их фронтах». Глубокую связь математики и философии обосновывают тем, что обе они занимают фундаментальное положение в классификации наук по объему познания, как разрабатывающие общие законы познания, исследуя вещи и процессы в их предельном положении и состоянии, стремясь к наиболее высокому уровню абстракции и оперируя наиболее общими понятиями. Именно математика учит нас правильно оперировать понятиями, изменяя тем самым, как говорят философы, нашу «понятийную деятельность».

Важнейшая особенность математической абстракции состоит в том, что абстрагирование здесь чаще всего осуществляется через ряд последовательных ступеней обобщения, то есть в математике преобладают «абстракции от абстракций». Но абстрактность математики, однако, не означает ее отрыва от внешнего мира. Роль абстракций в познании состоит в том, что они идеально ограничивают реальные объекты и тем самым позволяют определять их с наиболее возможной степенью точности. Слово «абстракция» в научном контексте не несет на себе никаких негативных признаков. Это не математический термин, а философское понятие, хотя оно широко используется в математике,

физике и других науках. Абстракция – это форма познания, основанная на мысленном выделении наиболее существенных свойств и связей изучаемого объекта. Абстракция в философском смысле слова наиболее часто встречается в математике как наиболее абстрактной науке. Никого из математиков абстракции не пугают, поскольку приемы абстрагирования применяются в ней осознанно и вполне оправданно. Благодаря этому она основательно вошла в арсенал научной методологии. Философскому мировоззрению, которое представляет собой теоретический синтез общих воззрений на познание, присуща абстрактно-понятийная форма постижения действительности. А одно из наиболее поразительных свойств математики состоит в том, что истинность математических утверждений может быть установлена с помощью абстрактных рассуждений. Поэтому по сравнению с естествознанием в математике процесс абстрагирования идет значительно дальше. Образно говоря, там, где естествоиспытатель останавливается, математик только начинает исследование, хотя «онтологические структуры мышления» сама по себе не задают системы исходных понятий математики. Математика, как теоретическая форма мировоззрения, стремится к предельно широкому уровню обобщения, выходящего на границу бытия, и указывающего на опасные пределы деятельности за этой границей.

Поэтому так велика роль нашей повседневной жизни, выступающей в качестве, как говорят математики, «граничного условия» познания и практики. С возникновением науки познание оторвалось от практических целей и стало «ценностью в себе». С одной стороны, математика неустраимо вплетена в современную жизнь, поскольку без нее наша повседневная жизнь стала бы почти неузнаваемой. С другой стороны, когда мы выводим абстрактные математические умозаключения, то не вторгаемся ли мы, как считают некоторые математики и философы, в некий «мир идей», существующий сам по себе, независимо от нас? Так можем ли мы точно сказать, «что такое математика?» Если придерживаться принципа «не требуй слишком многого», то невозможно дать обстоятельный ответ на основе одних лишь философских обобщений или семантических определений, как нельзя дать общее определение поэзии, музыки или живописи. Математики вполне удовлетворены ответом, что это то, чем они занимаются. Философам поверхностный ответ ничего не дает, поэтому, не вдаваясь в этот вопрос чрезмерно, «возьмем за основу» любое из имеющихся определений, которое не претендует на исчерпывающий ответ, а по мере необходимости будем его дополнять и уточнять. Согласно одному из популярных определений, «математика есть наука, изучающая сходства и различия в области явлений количественного изменения». Если эти явления получены в результате абстрактных операций к пространственным формам и количественным отношениям действительного мира, то тогда можно говорить о связи между математическими структурами и материальными явлениями, которые характеризуют математику через ее внутренние и внешние факторы.

Образовательная практика показывает, что любое общее определение математики не дает ее полного понимания, так как остается много вопросов за рамками общей установки. Разумеется, каждая математическая теория имеет свои теоретические и исторические предпосылки, но формально-дедуктивно из

предшествующих условий она никогда не следует. Это всегда творческие акт, совершаемый особыми личностями, которых принято называть выдающимися, великими и даже гениальными, и без которых невозможно понять исторический характер развития науки. Знание генезиса математических теорий позволяет рассматривать уже решенные проблемы так, как если бы они были не решены. Это вселяет уверенность в том, что существуют ответы на все возможные вопросы, возникающие в учебных курсах математики. Подлинное знание – это не просто определенная сумма высказываний. Высшее педагогическое мастерство предполагает способность передачи «неявного знания», связанного с областями практического знания, которое невозможно передать через стандартные формулировки. Интеллектуальное развитие студентов предполагает не простое накопление знаний, а изменение их мировосприятия.

У большинства студентов механико-математического факультета к пятому курсу складывается впечатление, что математика уже давно изведена вдоль и поперек. И что нет уже тех областей, которые можно исследовать. Что невозможно уже будет создать что-то совершенно новое. Что наука сейчас развивает лишь уже существующие разделы математики. После прочтения курса «История и методология математики», становится понятно, что далеко не все еще изведено, и что многое еще предстоит изучить. Поэтому синтез исторической, методологической и социокультурной проблематики вполне обосновано входит в сферу анализа вопросов этого курса. Подчеркивая важность методологической проблематики, заметим, что она в определенном смысле остается ядром философии математики, поскольку последняя не сводится к простому пересказу математических идей. Как остроумно заметил австрийский философ Людвиг Витгенштейн, «одно из главных умений философа – не заниматься теми вопросами, которые его не касаются». Что касается конкретных математических проблем, то философы строго придерживаются этой заповеди.

Напомним, что объектом философии математики является сама математика, а предметом философии математики – только философские основания математических теорий и философские проблемы обоснования математики. Следует также отметить, что в философии математики нет теорий и выводов, которые считались бы обязательными для философа, подобно тому, как арифметика и алгебра обязательны для любого математика. В связи с этим, высказываются и такие радикальные мнения, что «философия науки науке не нужна, она нужна философии». Но поскольку феномен науки существует, то он не может не стать предметом анализа, с точки зрения его мировоззренческой значимости. На материале современной математики можно проследить изменение научных мировоззренческих представлений. Как сказал методолог науки В.В. Налимов: «Занимаясь педагогической деятельностью в университетах, думающие преподаватели стремились всегда раскрыть перед слушателями образ науки, ускользающий от непосредственного видения из-за многообразия ее частных проявлений» [3, с.18]. История и методология математики под влиянием превращения ее в университетский учебный курс становится мировоззренческой дисциплиной. И хотя его целью не является философско-мировоззренческое оправдание

математики, это все равно косвенно происходит в силу стабильно результативной работы профессиональных математиков.

Интеллект в целом характеризует способность применять метод обобщений ко всем доступным явлениям природы и общественной жизни. Философия с этой точки зрения, подобно математике, определена не предметом, а только способом рассуждения и познавательными возможностями. Вопросы познания разумом посредством понятий, Иммануил Кант называет философскими, а задачи разума, решаемые посредством конструирования понятий – математическими. Советский геометр и философ математики академик А.Д. Александров в статье «Математика и диалектика» говорил по поводу вопроса об истине в математике, что такой проблемы нет: «Математика создает свои аппараты, и бессмысленно говорить о том, истинны они или ложны: аппарат либо работает, либо не работает, а если работает, то либо продуктивно, либо плохо». Поэтому к математике неприменимо понятие «истинности в смысле опытного подтверждения», так как математическая теория сама по себе не истинна и не ложна, и только на уровне «эмпирической интерпретации» становится проверенной в опыте. Методология математического познания не может быть свободной от соответствующего онтологического содержания – в этом его зависимость от философского познания. Как и математическая теория, онтологическая схема не истина и не ложна, а только полезна или бесполезна.

История математики служит надежным доказательством того, что математизация многих областей науки, не подвергающих сомнению реальность окружающего мира, не проходила гладко. Смысл математизации знаний состоит в том, чтобы из точно сформулированных исходных предпосылок выводить следствия, доступные непосредственному наблюдению, а также с помощью математического аппарата не только описывать установленные факты, но и предсказывать новые закономерности и прогнозировать течение исследуемых явлений. Возможности математизации ограничиваются только сложностью исследуемых явлений. Математизация исследуемого явления предполагает формализацию в широком смысле слова, а соответствующий язык математики – это формализованный язык, со всеми присущими ему достоинствами и недостатками. Формализация дает возможность воспринимать процессы действительности как хорошо организованную систему элементов, связанных между собой. Фундаментальное разнообразие «реального мира» объясняет неизбежность формализации в математике, хотя в самой математике невозможно исключительно формальное обоснование. Формальность теории состоит в том, что, максимально отвлекаясь от содержания, с помощью логики она пытается оценить правильность рассуждения, хотя реализовать это полностью никогда не удастся.

1. Перминов, В.Я. Философия как метод / В.Я. Перминов // Вестник МГУ. Сер. 7. – 1997. – № 5. – С. 3–25.

2. Форман, П. К чему должна стремиться история науки? / П. Форман // ВИЕТ. – 1990. – № 1. – С. 3–9.

3. Налимов, В.В. Требования к изменению образа науки / В.В. Налимов // Вестник МГУ. Сер. 7. – 1991. – № 5. – С. 18–33.