

ОЦЕНКА ЧИСЛА ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ НА ПЛОСКОСТИ, ИМЕЮЩИХ ПРИЛОЖЕНИЕ

А.А.Гринь (г. Гродно, Беларусь)

Рассматривается подход Л.А. Черкаса [1] построения функций Дюлака в виде $B = |\Psi(x, y)|^{\frac{1}{k}}, k < 0, \Psi(x, y) \in C^1(\Omega)$ для автономных систем, определяющих на плоскости векторное поле $f = (P, Q), P(x, y), Q(x, y) \in C^1(\Omega)$, при котором в области $\Omega \subset R^2$ выполняется неравенство $\Phi \equiv k\Psi \operatorname{div} f + \frac{\partial \Psi}{\partial x} P + \frac{\partial \Psi}{\partial y} Q > 0 (< 0)$. Используя численный метод построения функции Черкаса Ψ в виде линейной комбинации $\Psi(x, y, C) = \sum_{j=1}^n C_j \Psi_j(x, y), C_j = \operatorname{const}, C = (C_1, \dots, C_n)$, где Ψ_j могут быть как полиномами, так и сплайнами, получена точная оценка числа предельных циклов у ряда систем, имеющих прикладной характер, для которых известна нижняя граница числа предельных циклов. Так, в частности, в докладе будут представлены результаты исследований по

1) регулярно возмущенной системе Ван дер Поля

$$\frac{dx}{dt} = y + \varepsilon y^3 - \mu \left(\frac{x^3}{3} - x \right), \quad \frac{dy}{dt} = -x - \varepsilon x^3, \quad \varepsilon > 0, \mu \in R,$$

2) неполиномиальной системе Ван дер Поля [2]

$$\frac{dx}{dt} = -\sin y + \mu \sin 2x, \quad \frac{dy}{dt} = \sin x,$$

где $0 < |\mu| \ll 1, \quad \Omega : 0 \leq x \leq 2\pi, 0 \leq y \leq 2\pi,$

3) системе класса "хищник-жертва"[3]

$$\frac{dx}{dt} = r(1 - ax) - \frac{wxy}{d + x}, \quad \frac{dy}{dt} = b \left(1 - \frac{Jy}{x} \right) y,$$

$$x > 0, \quad y > 0, \quad J = \frac{w}{r(1-a)(1+d)}, \quad b < \frac{r(1-(d+2)a)}{1+d}.$$

Литература. 1. Черкас Л.А. // Дифференц. уравнения. 1997. Т. 33. №5. С.689 – 699.
2. Yanqian Ye. Theory of limit cycles // Transl. of AMS. Math. Monographs. Providence. 1986. Vol.66. 3. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. М.:Мир, 1986. 243 с.